MEMORIA TECNICO-ECONOMICA

INTORNO

L' ESERCIZIO DELLE FERROVIE

PER

B. G. RAFANELLI

PROF. DI MECCANICA NELL' ISTITUTO TECNICO DI GENOVA

GENOVA

COI TIPI DEL R. I. DE' SORDO-MUTI

1868-69

INTRODUZIONE

Le regole generali del calcolo guidano alla traduzione in formule algebriche delle correlazioni esistenti tra le diverse grandezze che rientrano nella determinazione delle modalitá di un fenomeno: tali correlazioni però nella loro respettiva espressione contengono sempre numeri astratti e coefficienti numerici i quali debbono essere determinati per via dell' esperienza e dell' osservazione: ciò si estende non solo ai fenomeni che più propriamente riflettono le scienze Fisiche, ma altresi ai fatti economici; in generale però con questa differenza: nel primo caso i coefficienti numerici sono determinati generalmente con speciali esperienze istituite appositamente per ottenerli, mentre nel secondo caso devesi quasi per necessità far capo alle registrazioni che in un ordine determinato sono compilate, e dove per classi di più o meno lunghi periodi di tempo tutte le particolarità numeriche relative ad un fatto economico sono notate con ordine. Tali

170998

ordinate registrature sono le Statistiche, le quali assumono un' importanza molto relativa quando non le si considerino altrimenti che l' ultima espressione di una regola, mentre all'opposto divengono istrumento di ulteriore progresso quando utilmente le si adoperino alla ricerca di quelle quantità costanti che le variabilità di un fenomeno accompagnano.

Nell' ordine di una ricerca speculativa e ad un tempo destinata ad utili applicazioni vi hanno quindi a considerare due momenti distinti ogni qual volta i risultamenti debbono essere numericamente definiti.

In primo luogo per via di criteri generali e propri della Scienza cui quella ricerca si riferisce devesi tradurre in simboli algebrici il concetto fondamentale: in secondo luogo quest' espressione analitica deve essere spogliata di ogni indeterminazione proveniente dai coefficienti numerici.

Se percorriamo col pensiero i singoli rami delle scienze applicate, le quali abbiano attinenza col calcolo, gli esempi dei procedimenti della prima specie si presentano molteplici alla nostra memoria: la Meccanica, l'Idraulica, la Fisica, l'Astronomia sono per così dire costituite respettivamente da una serie di operazioni di simile natura, le quali si svolgono ordinatamente in modo che ciascuna delle medesime trova i rispettivi criteri generali in quelle che la precedono. La dottrina della resistenza dei materiali, quella del movimento dell' acqua nei canali e nei fiumi, la teoria delle correnti elettriche, gli elevati problemi che si riferiscono alla configurazione della terra ed alla variabilità del suo movimento intorno al sole, sono casi particolari assai propri, ne sembra, ad essere ricordati per illustrare l' importanza dei principii generali che servono di base allo svolgimento di una scienza, la quale sia strettamente connessa con l' osservazione.

Pertanto mentre i dotti, e su tutta la superficie del mondo incivilito, penosamente quanto valorosamente combattono affine

di sottrarre al dominio dell'esperienza tutto ciò che può scaturire dalla potenza dell'intelletto, in tutte le età le scienze astratte, per divenire applicate, non possono oltrepassare certi determinati limiti, i quali segnano l'ingresso di ciascuna ricerca nel secondo momento. Coloro che consacrano una preziosa esistenza all'ampliamento del circuito entro il quale la scienza pura ha sede, onorati da una generazione che in parte gode i frutti delle loro fatiche, lavorano indefessi eziandio e principalmente per le generazioni avvenire; il secondo momento di ciascuna ricerca, che ha per iscopo l'utilità immediata, viene in grazia loro di mano in mano circoscritto a ciò che è essenziale; ed è in vero in questa lenta quanto saggia riduzione a principii, ottenuta per via di eliminazione di ogni superflua contingenza, che in gran parte consiste il saldo progresso dello scibile.

Frattanto se i principii generali conducono alla soluzione della prima parte di una questione posta, quando con un determinato ordine vengano applicati, ci deve esservi del pari una distribuzione logica delle operazioni, le quali completino l'applicabilità di una investigazione. Se per lunga pezza si è sovente affettato o posto diffidenza verso la teoria, ogni qual volta ciò non venisse suggerito dal sentimento di difetto di dottrina, poteva essere giustificato, più raramente forse da mala applicazione di principii generali, che non da insufficienza di dati, i quali concretassero le forme analitiche nelle loro particolarità numeriche.

E questa concrezione esigeva un metodo per essere completa. Dapprima presero svolgimento i metodi grafici, i quali partecipano ad un tempo delle forme geometriche e delle analitiche: questi però avevano una tal quale limitazione nella loro natura. Se gli Idraulici hanno potuto con metodo grafico determinare i valori delle costanti che entrano nell'espressione della resistenza che un canale oppone al movimento

di un fluido, ebbero a seguire tuttavia un procedimento facile e piano in grazia appunto del numero limitato delle costanti le quali avevano a determinare, e che loro permisero di considerare la più semplice delle forme geometriche dotate di estensione. Questi metodi geometrici commendevoli d'altronde ogni qual volta la speditezza delle operazioni debba avere una preferenza sul minor grado di assoluta esattezza dei resultati, hanno poi un ostacolo alla loro generalizzazione giust' appunto negli errori, che per quanto piccoli sieno accompagnano sempre le costruzioni grafiche. Inoltre nella generalità delle cose una tale limitazione nel numero delle costanti non esiste, ed il metodo grafico deve cedere il posto al principio dei minimi quadrati, divenuto saldo strumento delle scienze miste dopo Gauss, che traendo sussidio dal calcolo delle probabilità tracciò la via quanto propria, altrettanto generale ed atta a determinare completamente le forme analitiche nelle loro costanti dipendentemente dalle osservazioni.

Si immagini una forma qualunque di eguaglianza di cui tutti i termini figurino in un membro dell' equazione, e nella quale si abbiano delle quantità variabili e delle quantità costanti incognite nei loro valori numerici: si immagini altresì che si conoscano numericamente diversi sistemi di valori particolari delle variabili, i quali debbano soddisfare all' equazione proposta: ciascuno di tali sistemi, dati in generale dall' osservazione, soddisfarebbe all' equazione qualora da niun errore fosse attaccato il valore di ciascun elemento; ma nella realtà delle cose non sarà così, e, quando il valore dei coefficienti indeterminati fosse noto, la sostituzione dei valori particolari delle variabili renderebbe, vogliasi pure poco, il primo membro differente da zero.

Il valore che assumerebbe il primo membro nell' ipotesi accennata è ciò che denominasi l' errore, ed è sensibile che tanto più accuratamente saranno stati ottenuti i sostituiti va-

lori particolari delle variabili, e tanto minore in valore assoluto sarà l' errore; quindi il quadrato di quest' errore sarà una quantità positiva di cui pure l' importanza dipenderà dal grado dell' accuratezza con la quale i valori particolari delle variabili sono stati determinati, sia per mezzo dell'osservazione sia altrimenti.

Quello che viene detto per un solo sistema di valori particolari di variabili, lo si ripeta a sua volta per un numero qualunque di sistemi, e si considerano i quadrati di tutti gli errori, i quali pareggiano il numero dei sistemi. La somma di tutti questi quadrati sarà a sua volta una quantità positiva tanto più piccola quanto più esatti saranno i valori sostituiti.

Ammettiamo frattanto che i sistemi dei quali possiamo disporre sieno stati con tale accuratezza ottenuti, da potere con confidenza ritenere che il valore medio (media aritmetica) della somma dei quadrati degli errori sia una estremamente piccola quantità, e riguardiamo questa espressione media come funzione dei coefficienti indeterminati che contiene: potremo allora con le regole generali del calcolo differenziale determinare le equazioni necessarie e sufficienti a definire numericamente gli indicati coefficienti in modo che rendano *minimum* il valore della funzione: otterremo così un sistema di equazioni simultanee, che, risolute subordinatamente alle considerazioni che riflettono le equazioni algebriche e trascendenti, determinano i valori approssimati delle costanti stesse.

Questi valori infatti, sostituiti nel valore medio della somma dei quadrati di tutti gli errori condurranno in generale ad un resultato, il quale può esser diverso da quello che si otterrebbe quando i veri valori delle costanti fossero noti, ma in ogni caso a questo non maggiore, e quindi tanto più prossimo a zero quanto minori sieno in valore assoluto

gli errori parziali di ciascuna sostituzione di valori approssimati delle variabili.

Se poi riguardiamo come limite superiore ed inferiore di ciascun errore parziale la radice quadrata della somma di tutti i loro quadrati presa col doppio segno, ei ne segue che pei valori ottenuti delle costanti, e per ciascuna delle sostituzioni l'errore che presenta la forma ha limiti non superiori in valore assoluto a quelli che si riferiscono alla medesima sostituzione coi valori esatti delle costanti.

Tra i diversi sistemi di particolari valori delle variabili che si ritengono notive ne possono essere alcuni di importanza maggiore di altri; così, p. es., un sistema che fosse stato ottenuto ripetutamente da un numero di osservazioni di eguale fiducia, multiplo del numero delle osservazioni che si riferiscono alla ripetizione di un altro sistema, ha, rispetto a questo, un'importanza definita da eguale grado di moltepplicità: il quadrato dell'errore potrà convenientemente essere moltiplicato per un coefficiente numerico che ne definisca l'importanza relativa, il che d'altronde corrisponde a prendere in considerazione l'equazione che si riferisce al sistema di valori sostituiti altrettante volte quante unità sono nel grado d'importanza del sistema correlativo.

Se poi vuolsi considerare l'importanza di ciascun sistema in se, per la fiducia ne' suoi elementi, allora sarà l'errore affetto da un coefficiente ed il suo quadrato dal quadrato del coefficiente.

In ognuno di questi casi il quadrato medio sarà una media composta dei quadrati degli errori, dei quali il peso riuscirà definito dal respettivo coefficiente.

Se la forma proposta è algebrica rispetto alle costanti, e di più queste vi sono contenute alla prima potenza, le equazioni simultanee, determinate per mezzo della differenziazione della forma nei loro termini, riusciranno di primo grado

rispetto alle incognite, e diventa eliminata ogni ulteriore discussione sul sistema di radici a presciegliersi tra i diversi, che soddisfano alle equazioni simultanee.

Un caso semplice ma altrettanto generale nelle pratiche applicazioni occorre nelle quistioni che dipendono da una funzione di una o molteplici quantità variabili che però conservano valori respettivi a sufficienza piccoli, ogni qualvolta essa funzione sia evolubile in serie ordinata rispetto alle potenze crescenti delle variabili; perocchè questa serie limitata ad un certo ordine di termini, si presta alla determinazione delle costanti col metodo dei minimi quadrati, e col sussidio di valori noti della funzione e delle variabili da cui dipende.

Ho tentato, non di esporre, ma di dichiarare brevemente il metodo di cui è stato fatto uso nel presente lavoro. Se un sentimento mi anima questo è il dispiacere di non aver potuto rendere nella sua pienezza il concetto filosofico di un sommo geometra che ha con esso principio veramente collegate le più alte verità di scienza astratta con le applicazioni. Questo metodo, di cui le basi si trovano con diversi lavori eziandio speciali di Gauss, fu degnamente illustrato da dotti analisti anche italiani, dei quali si deve ambire con giusto sentimento d' amor proprio esser detti discepoli.

Nello studio delle regole speciali, dalle quali dipende l'esercizio di una ferrovia, si hanno a considerare diverse distinte ricerche.

La prima si riferisce alla costituzione ed alle funzioni del motore. Le locomotive in ordine alla costituzione poche differenze presentano nel loro insieme, e due elementi vi si riscontrano essenziali: la potenza evaporatrice della caldaia, la quale dipende e dalle sue dimensioni e dall' estensione della superficie scaldata; il peso che gravita sulle rotaie dipendentemente dalle ruote che prendono diretta-

mente movimento dall'azione del vapore. Questi due elementi si trovano in scambievole rapporto, perocchè l'azione del vapore, astrazione fatta da quella parte che è impiegata nella modificazione e trasmissione del moto per mezzo del congegno della locomotiva, trova la necessaria reazione nell'aderenza delle ruote motrici con la rotaia, onde questa viene ad essere giusta ed adequata misura di quella; e per quanto fosse grande la potenza evaporatrice della caldaia, la se ne andrebbe inutilmente perduta, quando l'aderenza non fosse pari alla sufficiente per equipararla.

Quest'aderenza è una frazione del peso col quale le ruote motrici gravitano sopra la rotaia, e tanto maggiore quanto più grande è il coefficiente d'attrito di scorrimento tra la ruota e la rotaia. Ei ne segue che coi motori anche più potenti non si possono superare acclività di via le quali oltrepassino un certo limite. Prendiamo ad esempio le più potenti locomotive accoppiate che sono in uso sotto il passo dei Giovi lungo la via ferrata tra Genova e Torino, ed ammettiamo che il coefficiente di aderenza sia $^1/_7$, limite già troppo elevato. I motori in discorso hanno un peso di 66 m. chilogrammi intieramente aderenti e quindi sono suscettivi di uno sforzo di 9430 ch.^{mi}. Frattanto ogni mille chilogrammi rimorchiati, il peso del motore compreso, richieggono una reazione di aderenza di 5 ch.^{mi} circa, aumentato di altrettanti chilogrammi quanti metri ascende uniformemente la via nel percorso di un chilometro, e sempre astrazione fatta dalla resistenza delle curve: l'acclività massima che può essere superata dal motore è quindi 13,8 $^0/_0$, sulla quale però il motore sarebbe appena sufficiente a rimorchiare sè stesso. Il motore Fell, che è stato concepito a fine di rimontare pendenze così sensibili come quelle della via rotabile tra l'Italia e la Francia attraverso il Cenisio ripete una parte dell'aderenza da compressori artificiali indipendenti dal peso

del motore, e che a guisa di freno stringono due a due le ruote motrici orizzontali contro una rotaia, la quale è diretta secondo l'asse longitudinale del motore. Non ostante però quest'aumento di aderenza guadagnato dal motore, la potenza di evaporazione essendo limitata, limitato deve riuscire il numero dei veicoli rimorchiati, limitata la loro velocità, e necessariamente il freno del motore fa il principale ufficio nel regolare il movimento del treno alla discesa. Ei ne segue che il sistema Fell impiegato nelle forti ascese non potè essere raccomandato fin qui se non come provvedimento transitorio per le esigenze di importanti comunicazioni territoriali.

Nella presente memoria ci proponiamo di considerare l'esercizio di una ferrovia fatto in condizioni normali, ed è per questo che nella parte relativa ai motori non ci occupiamo dei congegni speciali, i quali in certe eventualità possono essere sostituiti alle locomotive di forma ordinaria.

Lo sforzo che deve fare una locomotiva è poi in relazione con la velocità dei treni. In questo sforzo vi hanno a considerare due parti. La prima, dovuta ai congegni, riferita all'unità di peso del motore è stata riguardata come costante; è a dubitare però se questa costanza esiste in una maniera assoluta e se dessa quantità non sia meglio in relazione con la potenza della macchina, e dipendente quindi dal numero delle sale portanti le ruote motrici. Non esistono, che io sappia, esperienze decisive sotto un tale rapporto, ed il meglio che potesse esser fatta era di attenersi alle conosciute.

L'altra parte dello sforzo è in relazione con la velocità: lo si deve comporre in fatto di una parte che è solo in rapporto con le qualità diverse d'ingrassi che addolciscono gli attriti, con la temperatura e non con la velocità da cui gli attriti non dipendono se non insensibilmente; di una parte poi dipendente dalla resistenza dell'aria e dalla dire-

zione del vento. La legge della proporzionalità al quadrato della velocità di tale resistenza deve quindi essere espressa come termine della parte di sforzo della quale facciamo cenno.

Parimente la resistenza del treno, escluso il motore, riferita all'unità di peso è uno degli elementi dinamici essenziali, il quale dipende ad un tempo dagli attriti e dalla resistenza dell'aria. Queste resistenze passive sono state considerate come elementari su profilo orizzontale della via, poichè il calcolo può in seguito essere applicato per valutarle in ascesa ed in discesa.

Gli elementi dinamici dei quali abbiamo fatto cenno sono in vero quelli dai quali dipende l'esercizio di una ferrovia. Essi riescono termini essenziali che hanno le loro rispettive casualità specifiche nei principii generali della meccanica, e negli speciali che riferisconsi alla costituzione dei motori a vapore; però non abbiamo creduto che al nostro ufficio fosse conveniente entrare in digressioni di tale natura, sebbene non abbiamo tralasciato di indicare ciò, che in una maniera immediata è in connessione con la potenza della locomotiva.

Gli elementi dinamici sono naturalmente da prendersi a base nella determinazione delle spese elementari che riflettono l'esercizio delle ferrovie; ma queste spese involgono anche altri elementi di carattere eziandio economico, i quali perciò abbiamo denominato elementi economico-dinamici: essi costituiscono una breve serie di espressioni numeriche e di forma, le quali con gli elementi dinamici completano ciò che è necessario e sufficiente a definire le spese elementari d'esercizio di una ferrovia e servono poi alla ricerca delle totali dipendentemente dal profilo della via e dall'estensione del traffico.

Allorchè esaminiamo un treno in via, sia in pianura sia in ascesa o in discesa, scorgiamo di leggeri che la spesa totale richiesta per chilometro di via si riparte in altre, delle

quali le une risguardano la locomotiva trascinante se stessa, altre il treno, altre la via.

Le une sono in fatto, la spesa necessaria per la locomotiva progrediente senza treno su linea orezzontale, e le spese occorrenti per ogni chilometro di ascesa o di discesa della via: delle due ultime però solo la seconda richiede di essere considerata in una maniera speciale a causa della diminuzione che deve aver luogo in ordine alla prima delle tre, dalla quale dipende pel lavoro dovuto alla gravità; mentre la spesa relativa all' ascesa è funzione della prima e della inclinazione della via.

In ordine al convoglio vi ha a considerare la spesa di trazione per unità del peso che lo compone, supposto rimorchiato su linea orizzontale, poichè la medesima spesa su profilo non orizzontale è funzione a determinarsi della prima e della inclinazione positiva o negativa della via.

Rispetto finalmente alla via, la deteriorazione che il treno determina e quindi la relativa spesa comprende due distinte parti; cioè quella che è dovuta al peso della locomotiva e dei veicoli non che allo sforzo di aderenza; e quella poi causata dai freni che debbono moderare l' azione della gravità nelle discese: i quali freni determinano altresì sulle forti discese una spesa supplementare a causa del correlativo personale.

Le spese elementari cui abbiamo accennato sono quindi gli elementi che entrano in funzione con l' acclività del profilo nella determinazione delle spese totali, le quali vengono completate col sussidio delle elementari invariabili con la pendenza, e dipendentemente dall' importanza del traffico.

Queste spese elementari le abbiamo determinate riferendoci a quei dati dei quali con maggior sicurezza potemmo far capitale; volgendo in principal modo la nostra attenzione a quella parte delle statistiche che riflette le spese d' eser

cizio, e riportandoci altresì alle' inchieste più positive in ordine ai tronchi di via di forte acclività.

Fummo così guidati alla terza parte del nostro lavoro, la quale riguarda l' importanza del traffico, senza considerare la quale ci sembra difficile pervenire a qualche cosa di praticamente utile.

La spesa totale per treno dipende dal peso del convoglio e dalle sue parti peso utile e peso morto: se per un determinato prodotto lordo chilometrico, e per una determinata sua repartizione nelle diverse classi di servizio ferroviario, si conoscesse il rapporto del peso utile al peso morto dipendentemente da esso prodotto correlativo a ciascuna classe, naturalmente la totalità del peso lordo come le sue parti, riuscendo funzioni del prodotto lordo chilometrico, sarebbero da questo definite, e la spesa chilometrica del convoglio ne sarebbe del pari una funzione. Ne sembra che ciò sia quanto sotto un punto di vista generale pratico e razionale possiamo ripromettterci.

Questo è lo scopo della terza parte del nostro lavoro. Dapprima con un esame speciale delle statistiche abbiamo ricercato le repartizioni medie del prodotto lordo chilometrico, le quali possono servire a somministrare termini di paragone nell' assumere la repartizione propria ad un dato esercizio da studiarsi preventivamente, ed intorno a cui si possono stabilire analogie con altri esercizii che si riferiscono a linee tracciate o sullo stesso territorio o sopra altri, i quali in qualche modo sia lecito assumere a base di confronto.

In secondo luogo abbiamo cercato di stabilire la forma secondo noi più conveniente per esprimere il rapporto del peso morto al peso utile. Abbiamo dalla statistica desunto i valori particolari che si riferiscono ad un determinato numero di linee in esercizio, e col metodo dei minimi quadrati abbiamo cercato di determinare i valori delle costanti nella forma prestabilita.

Per quanto i risultati possano rivestire un carattere di approssimazione, non pertanto le diversità le quali potessero esistere nella realtà delle cose hanno breve importanza sui risultati finali, e quindi la forma determinata può adoperarsi secondo noi con assai confidenza nelle valutazioni preventive.

Conosciuto il rapporto del peso morto al peso utile in funzione del prodotto lordo, ci si comprende come possano essere l' uno e l' altro riferiti all' unità di prodotto lordo: inoltre era conveniente che il detto rapporto fosse adoperato alla verificazione degli elementi economico dinamici dipendenti solo dalla lunghezza della via.

Però non basta conoscere il rapporto del peso utile al peso morto o lordo del convoglio: l' esercizio non può essere completamente definito se non viene in pari tempo tenuto conto del numero dei convogli che lo compongono, o, ciò che vi corrisponde, del numero dei convogli giornalieri. Questo numero dipende naturalmente dal prodotto lordo chilometrico e dalla sua repartizione. Una tale ricerca compie la terza parte, ed in essa abbiamo tenuto conto esclusivamente della ripartizione del prodotto lordo chilometrico in ordine al movimento a grande e piccola velocità; perocchè sono i due relativi coefficienti quelli dai quali il numero dei convogli giornalieri apparisce principalmente dipendere.

Nell' analisi che precede abbiamo indicato con quale metodo sieno stati ad uno ad uno determinati gli elementi costitutivi un servizio ferroviario rispetto alle spese d' esercizio, le quali ne sono funzione dipendente ad un tempo dall' inclinazione della via. La determinazione di questa funzione nel caso generale e nei casi speciali è la ricerca ulteriore alla quale ci dedicammo. Nelle formule sono calcolate tutte le spese, e così vi è compreso l' interesse come anche l' ammortimento del capitale rappresentato dai motori e dai veicoli, perocchè rientrano effettivamente nelle spese d' esercizio.

Però il criterio sufficiente per giudicare dell' utilità di una ferrovia non è solo costituito dall' entità delle spese d' esercizio rispetto al prodotto lordo, ma altresì dal costo di costruzione, perocchè l' interesse e l' ammortimento del capitale di costruzione, e le spese d' esercizio debbono essere nella totalità coperte dal prodotto lordo.

Quando si tiene conto del convoglio medio ei fa d' uopo valutare la spesa sopra ciascun tratto d' eguale inclinazione come composta della parte richiesta per l' ascesa e della parte corrispondente alla discesa: è in tale maniera che col sussidio di tutti gli elementi e con le regole della meccanica abbiamo proceduto. L' espressione che otteniamo riesce composta di due termini, uno indipendente dall' inclinazione della via e l' altro che le è proporzionale: ed in vero questo è presentito a priori, e tutta la difficoltà consiste nel determinare i coefficienti che entrano nell' espressione medesima.

Una volta ottenuta la spesa chilometrica in funzione dell' inclinazione della via ei si comprende senz' altro come dovranno essere applicate le formule correlative. Il calcolo della spesa totale dovrebbe esser fatto, per una data linea a profilo variabile, separatamente per ogni tratto di eguale pendenza: però di un dato profilo se ne possono considerare immediatamente due parti distinte: quella che, avuto riguardo al convoglio medio, può essere esercitata con motori *misti*, e l' altra richiedente invece motori *a forti pendenze;* e valutare poscia la pendenza media per l' una e per l'altra delle due parti distinte onde riferire il calcolo delle spese alla pendenza media correlativa a ciascuno dei due casi: in altri termini riunire in un calcolo solo tutte quelle parti del profilo sulle quali il tipo del motore, avuto riguardo al convoglio medio, non varia.

Nell' assumere l' elemento di calcolo che definisce l' inclinazione della via fa d' uopo avere rispetto all' andamento

planimetrico dell' asse stradale. Infatti le curve che vi sono intercalate determinano per ogni unità di peso lordo del treno una resistenza, la quale dipende in principal modo dal raggio di curvatura della curva dalla velocità del treno e dalla difficoltà più o meno grande con la quale le sale delle locomotive si dispongono nella direzione che passa pel centro di curvatura. Così, rispetto all'ascesa, ogni chilogrammo di resistenza per tonnellata lorda del treno produce lo stesso effetto che ogni millimetro in più di pendenza per metro lineare di via. Alla discesa le curve operano come freno, talmentechè se anche rispetto alla discesa ne valuteremo l'effetto in eguale maniera, ne emergerà un aumento del peso scorrente determinato dai freni, e doppio di quello che effettivamente rappresenta la resistenza delle curve: abbiamo riguardato questo aumento di spesa sui freni come compenso alla determinazione prodotta nella via in curva del passaggio dei convogli. L' errore così commesso riesce insensibile, perocchè quella deteriorazione della via che dependentemente dalle curve ha luogo alla discesa, si verifica pure all' ascesa.

Qui faremo un' avvertenza che in certi casi può riuscire importante; p. e. sulle ferrovie di montagna ove le curve assumono nella maggior parte dei casi una curvatura molto grande. Abbiamo indicato come l' uso delle formule cui siamo pervenuti anzichè livelletta per livelletta conviene sia fatto complessivamente per tutti quei tratti di via che sono esercitati con lo stesso motore; così la resistenza delle curve ridotta a declività deve essere rappresentata con un termine solo. Se consideriamo sovra esso tratto una curva sola della quale la lunghezza sia la somma delle lunghezze di tutte le curve ed il cui raggio sia eguale al raggio medio, questa curva sarà lungi in vero dal presentare la stessa resistenza che il complesso di tutte le curve considerate. I risultati sperimentali che si hanno rispetto alla resistenza di una curva

per unità di lunghezza tendono a far ritenere che dessa resistenza, a pari velocità, ha un valore reciprocamente proporzionale al raggio della curva, il che d'altronde è anche conforme alla teoria. Segue da ciò che fa d'uopo introdurre la nozione di curvatura media, e prendere il raggio corrispondente a tale curvatura come quello assegnabile alla curva di lunghezza eguale alla somma di tutte le curve: questa curvatura media naturalmente è il valore medio della curvatura delle singole curve ottenuto assegnando a ciascuna curvatura un coefficiente d'importanza (peso) proporzionale alla lunghezza della curva.

Le relazioni generali di cui abbiamo parlato possono dar luogo a ricerche immediate di carattere generale e speciale: con alcune delle prime termina questa memoria. Delle seconde non abbiamo fatto parola perchè richieggono per essere trattate che i casi particolari cui possono riferirsi vengano determinatamente posti. Tra questi vi ha la ricerca della linea più conveniente onde riunire due determinate località allora che tra di esse sta interposta una catena di montagne. In simile caso, sopra un percorso più o meno esteso, devesi intercalare una pendenza superiore alle ordinarie. In primo luogo questa pendenza è conveniente sia uniforme, perocchè la scelta del motore dipende non dalla pendenza media, ma dalla massima che deve essere superata sopra un determinato percorso; laonde, quando una pendenza uniforme non abbia luogo, il motore riesce tanto più lordo sopra alcuni tratti di via, quanto maggiore è la differenza tra le acclività massima e minima che vi sono intercalate. Non è però sempre possibile stabilire l'uniformità dell'inclinazione della via: generalmente parlando la pendenza naturale delle valli dai due lati della montagna è caratteristicamente diversa e ciò costringe ad assumere pendenza uniforme diversa sui due versanti opposti in molti casi.

In secondo luogo la spesa di costruzione in generale varia considerevolmente con la pendenza adottata e con la lunghezza dei grandi trafori, la quale si trova in qualche modo in correlazione con la pendenza stessa; perocchè fino ad un certo limite tanto maggiore è la pendenza e tanto meglio può seguirsi l'andamento delle vallate onde raggiungere senza dispendiosissime opere gli estremi di un traforo su due versanti.

Se potesse essere espressa la spesa di costruzione per chilometro di via in funzione della pendenza, un calcolo di massimi e minimi condurrebbe senza dubbio al più conveniente valore della pendenza ad adottarsi perchè l'opera fosse la meno costosa, cioè, perchè la somma delle spese d'esercizio con l'interesse del capitale immobilizzato nella costruzione fosse minima. Ma qui vi hanno due osservazioni a fare: dapprima basta porre questa quistione perchè si comprendano subito tutte le difficoltà che avrebbersi a superare in simile ricerca. Ciò che talora potrà eseguirsi sarà la determinazione della spesa di costruzione per diversi profili di massima a pendenza diversa, e poscia la scelta fra questi di quello che risponde alla minore somma dell'interesse del capitale con le spese d'esercizio. Inoltre se per via d'interpolazione è possibile stabilire una relazione fra il costo chilometrico di costruzione e la pendenza, ci sarà permesso sotto determinate condizioni che questa speciale relazione venga adoperata come la funzione incognita del problema posto sopra.

E qui cade l'altra osservazione: dato che il problema precedente fosse risoluto nel modo ora esposto corrisponderebbe egli alla convenienza economica della costruzione della via? Perchè questo abbia luogo ci fa d'uopo che si verifichino una di queste due condizioni:

1.° Che la somma minima di cui abbiamo parlato sia non superiore al prodotto lordo presunto.

2.° Che se la somma minima non è inferiore al prodotto lordo presunto vengano aumentate le tariffe dei trasporti, ovvero che la differenza ridotta in capitale sia coperta con sussidii.

Se queste condizioni in casi speciali non fossero assegnabili ci sembra conveniente che alla ricerca del minimo della funzione sopra indicata sia preferibile la risoluzione rispetto alla pendenza dell' equazione che si ottiene eguagliando la medesima funzione al prodotto presunto..

Nel porre termine all' esposizione della materia trattata nella unita memoria diremo che se in ordine al metodo crediamo esserci attenuti a quella via che in simili questioni è generalmente seguita, in ordine ai coefficienti numerici avremmo voluto poter disporre di maggior copia di documenti: sotto un tale rapporto potranno in seguito essere accolti con vantaggio quei dati che agli annuali esercizii si riferiscono. Tuttavia, risultati fondati sull' esperienza di un anno di molteplici linee variate tra loro sotto molti punti di vista hanno un' importanza comparabile con quelli che esperienze dirette ed appositamente instituite potrebbero somministrare intorno una determinata ricerca.

CAPO I.

Elementi dinamici

Denominiamo *elementi dinamici* quei coefficienti numerici che riflettono la potenza di una locomotiva: essi sono molteplici; tuttavia, considereremo soltanto i seguenti, principalmente riguardanti lo scopo della presente Memoria.

1.° Peso medio di una locomotiva.

2.° Coefficiente determinante il peso aderente.

3.° Coefficiente di aderenza.

4.° Velocità.

5.° Resistenza di una tonellata lorda rimorchiata a velocità diverse dalla locomotiva sopra una ferrovia orizzontale.

§ 1.

PESO MEDIO DI UNA LOCOMOTIVA.

Una ferrovia è posta in esercizio con locomotive di tipi diversi, le quali sono rispettivamente adoperate secondo la natura del servizio: così si distinguono i motori ferroviari in

Locomotive a Viaggiatori
» Miste
» a Mercanzie
» a Forti pendenze.

Sono adoperate le prime pel trainamento dei convogli *diretti* ed *espressi*, che generalmente non contengono carrozze di 3.ª classe pei viaggiatori.

Le seconde pei convogli a grande velocità, dei quali fanno parte anche carri di merci.

Quelle della terza categoria sono adoperate pel servizio delle mercanzie a piccola velocità.

Finalmente le locomotive a forti pendenze sono state poste in servizio laddove l'inclinazione della via avrebbe reso impossibile o eccessivamente costoso il trasporto dei passeggieri e delle merci con motori dei tipi precedenti: è vero per altro che i motori potenti a *forti pendenze* possono essere economicamente adoperati sopra linee pressochè orizzontali, quando il traffico che ha luogo sovr'esse è molto elevato.

Le differenze essenziali tra i diversi tipi riguardano principalmente:

1.° Il peso a vuoto, o con l'approvvisionamento;
2.° L'estensione della superficie direttamente scaldata;
3.° Il numero delle *sale* motrici;
4.° La tensione del vapore nella caldaia:

quest'ultimo elemento però ha, in ordine alla classificazione dei diversi tipi, meno importanza speciale degli altri, perocchè si costruiscono oggi locomotive a viaggiatori, ove la tensione del vapore nella caldaia ascende a 9 atmosfere.

In quanto all'estensione della superficie scaldata diremo che per ogni tipo è sensibilmente proporzionale al peso del motore vuoto o con l'approvvisionamento, almeno pei tipi più in uso.

Le locomotive a viaggiatori che sono in servizio sulle principali linee d'Europa o vi rientreranno, sono riassunte nel quadro che segue, ove è notato anche il rapporto del peso, approvvisionamento compreso, alla estensione della superficie

scaldata: queste locomotive hanno una sola sala motrice. Tal prospetto conferma bene ciò che precedentemente abbiamo detto riguardo alla sensibile tendenza alla proporzionalità tra il peso del motore e l'estensione della superficie scaldata, composta della interna del focolare, e di quella dell'insieme dei tubi a traverso i quali i gas infiammati vanno al camino.

Locomotive a viaggiatori.

Denominazione delle locomotive	Peso in tonellate approvvisionamento compreso	Peso in tonellate per metro di superficie scaldata	
Sistema Stephenson	35,700	0,483	
Buddicom	29,800	0,480	
Crampton	43,800	0,438	7 *atm.*
Sud-Est (Inghilterra)	45,000	0,436	
Crampton (nuove)	47.200	0,477	8 *atm.*
Sturroch	61,650	0,630	9 *atm.*
Mac-Connell	54,000	0,675	9 *atm.*
Ramsbottom	53,500	0,575	9 *atm.*
Neilcon e C.°	53,000	0,530	
Haswell	59,030	0,471	
Valori medii	48,268	0,5195	

Se, avuto riguardo alle speciali condizioni economiche del movimento ferroviario in Italia, assegnamo un' importanza doppia alle prime 5 classi di locomotive *Viaggiatori*, otteniamo come valori medii

Peso in tonellate approvvisionamento compreso	45,612
» » per metro di superficie scaldata	0,502

Separando invece le prime 5 classi dalle rimanenti i valori medii divengono

	Peso in tonellate approvvisionamento compreso	Peso in tonellate per metro di superficie scaldata
Locomotive viagg.ri prime 5 Classi	40,300	0,463
» » Classi rimanenti	56,236	0,576 9 *atm.*

Le locomotive miste hanno generalmente due sale accoppiate, e presentano una varietà di classi molto minore di quelle a viaggiatori. Come lo abbiamo fatto per quest'ultime, diamo un prospetto dei motori del 2.° tipo, dal quale prospetto dedurremo quei valori medii, che con confidenza possono riguardarsi come dati sufficientemente esatti in un calcolo a giusta misura approssimativo.

Locomotive miste.

Denominazione delle locomotive	Peso in tonellate approvvisionamento compreso	Peso in tonellate per metro di superficie scaldata
Stephenson 1849	37,800	0,510
» ultime	53,300	0,530
Engerth	47,400	0,378
Valori medii	46,167	0,473.

I motori a mercanzie hanno tre sale accoppiate, quando non si vogliano comprendere, come abbiamo fatto sino da principio, nel medesimo tipo le locomotive propriamente dette a *Forti Pendenze*. Il quadro seguente ne definisce in peso e superficie scaldata le più importanti.

Locomotive a mercanzie.

Denominazione delle locomotive	Peso in tonellate approvvisionamento compreso	Peso in tonellate per metro di superficie scaldata
Borbonesi	51,000	0,382
Piccole (sistema Stephenson)	39,000	0,527
Medie (Creusot)	52,800	0,419
Valori medii	47,600	0,443

Resta che consideriamo le locomotive a forti pendenze, le quali non hanno tutte lo stesso numero di sale motrici: ve ne hanno infatti con 4 5 e 6 sale motrici, e questa particolarità ne determina l'importanza, ed influisce conseguentemente sull'entità dei valori medii. Tale è il motivo pel quale

il numero delle sale motrici è indicato nel quadro successivo, ove le principali specie di locomotive a forti pendenze sono definite sotto il triplice aspetto del peso, della superficie scaldata e del numero delle sale motrici.

Locomotive a forti pendenze.

Denominazione delle locomotive	Peso in tonellate approvvision.to compreso	Peso in tonellate per metro di super.cie scaldata	Numero delle sale motrici
Accoppiate dei Giovi . .	54,000	0,375	4
» » . .	66,000	0,328	6
Engerth grandi	62,800	0,319	4
» nuove	46,750	0,380	5
Forti pendenze	36,600	0,295	4
» nuove	43,200	0,258	4
Orleans e Mezzodì, nuove	69,500	0,339	4
A 4 cilindri	57,600	0,262	6
Valori medii . . .	55,128	0,318	5

Denoteremo in seguito con la lettera Π il peso medio di una locomotiva in ciascuna delle quattro categorie considerate.

I rapporti del peso a vuoto al peso a pieno, carro d'approvvisionamento compreso, sono

Locomotive viaggiatori	0,72
» miste	0,74
» merci	0,72
» forti pendenze	0,74

§ 2.

COEFFICIENTE DETERMINANTE IL PESO ADERENTE.

Il movimento progressivo di un treno è dovuto all'attrito di scorrimento, che si svolge tra le guide e le ruote motrici e serve a dare punto d'appoggio al braccio di leva, eguale

alla distanza tra l' indicato punto ed il bottone della manovella di ciascuna ruota motrice: il peso che determina l' attrito di scorrimento porta, come è noto, il nome di *peso aderente*, ed è evidentemente eguale a quella porzione di peso del motore che per via delle molle si riparte sulla sala o sulle sale motrici. Il peso che risponde a ciascuna sala varia dalle 9 alle 13 tonellate, e può ritenersi in media di 11 tonellate. Su questa base avremo il peso aderente per ogni unità di peso del motore, e per ciascuna delle quattro categorie di locomotiva, valutando numericamente e col valore medio corrispondente di Π la formola

$$\frac{11M}{\Pi},$$

ove n denota il numero delle sale motrici; operando in tal maniera otteniamo:

Locomotive a viaggiatori (¹)	velocità media	0,273
»	» grandissima	0,195
»	» media assoluta	0,241
»	miste	0,476
»	merci	0,693
»	forti pendenze	1,000

Questi numeri costituiscono per ciascuna categoria di motori ciò che denominiamo *coefficiente determinante il peso aderente:* li denoteremo in seguito con la lettera a.

§ 3.

COEFFICIENTE DI ADERENZA.

Il coefficiente di aderenza o coefficiente d' attrito di scorrimento delle ruote motrici sulle guide varia fra limiti molto

(¹) Questa classificazione è dipendente dal diametro delle ruote motrici.

estesi dipendentemente dal traffico della ferrovia e dallo stato atmosferico del luogo: le guide bagnate dalla pioggia, ed a più forte ragione coperte da un sottile strato di gelo, il vento di contraria direzione a quella del movimento del treno, sono le cause principali che tendono a determinare lo scivolamento, e quindi il ruotare su luogo delle ruote motrici sotto l'azione del vapore.

Ritiensi come limite pratico superiore del coefficiente di aderenza la frazione $\frac{1}{6}$, la quale, a detto di esperimentati ingegneri, lascia pure un margine ad ogni subitanea evenienza nella trazione. Non pertanto, e generalmente parlando, il coefficiente di aderenza è utilizzato sino ai limiti $\frac{1}{8}$ ed $\frac{1}{13}$ dipendentemente dalla inclinazione della via. Così, nelle linee a forti pendenze il coefficiente di aderenza varia sino ai limiti superiori da $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{10}$, e nelle linee pressochè orizzontali da $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{18}$.

Ecco un prospetto dei coefficienti di aderenza sopra diverse linee, valutati in seguito a basi di calcolo desunti dalle statistiche.

LINEE	COEFFICIENTI DI ADERENZA		
	Massimo	Medio	Minimo
Da Genova a Torino escluso il tratto da Pontedecimo a Busalla	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{17}$
Rimanenti linee dello Stato (1)	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{24}$
Rete dello Stato, escluso il tratto Pontedecimo Busalla	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{20}$
Alessandria Arona	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{22}$
Mortara Vigevano	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{33}$
Torino Pinerolo	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{19}$
Linee Lombarde	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{21}$
Valori medii	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{20}$

(1) Questa memoria è stata compilata quando non ancora la rete Piemontese-ligure e la rete Lombarda erano riunite sotto una medesima Compagnia.

i numeri della prima colonna si riferiscono ai convogli al completo del carico; quelli dell'ultima ai convogli che percorrono le linee a vuoto, e quelli della colonna di mezzo ai convogli medii sopra linee di una pendenza poco discosta dal

$$5 \; p. \frac{00}{00}.$$

È invero di qualche importanza la maggior riduzione possibile del coefficiente di aderenza in ordine alla manutenzione dell' armamento: la guida nel luogo di contatto con la ruota motrice sostiene da un lato uno sforzo normale di 5500 chilogrammi in media, e dall' altro uno sforzo tangenziale variante dai 500 agli 800 e 1000 chilogrammi, e l'azione simultanea di entrambi gli sforzi produce un lavoro molecolare nella guida e nelle cerchiature delle ruote che altera l' elasticità del materiale, e lo predispone alla rottura; al secondo sforzo specialmente è dovuto lo sfaldamento e lo sfibramento delle guide, che si osservano in ispecie laddove il cofficiente di aderenza utile è maggiore, e ricordano bene la tessitura dei fasci, che han servito alla costruzione delle rotaie.

Sulle forti pendenze si adoperano oggi guide in acciaio, che, sebbene costino il doppio di quelle in ferro, non ostante il maggior coefficiente dell' aderenza utilizzata, durano tre volte tanto.

Indicheremo con la lettera f il coefficiente di aderenza.

§ 4.

VELOCITA'.

La velocità di un treno varia con la categoria della locomotiva che serve a rimorchiarlo: sulle grandi linee la velocità dei treni *Viaggiatori* cambia dai 45 agli 80 chilometri all' ora; sulle forti pendenze la velocità è ridotta dai 16 ai

20 chilometri. Nel movimento a piccola velocità non supera i 35 chilometri.

Designeremo con v la velocità.

§ 5.

RESISTENZA DI UNA TONELLATA LORDA RIMORCHIATA A DIVERSE VELOCITA' DELLA LOCOMOTIVA SU FERROVIA ORIZZONTALE.

Lo sforzo trasmesso dal vapore alle ruote motrici deve superare due specie diverse di resistenza:

1.° Quella dovuta ai variati meccanismi del motore che ne regolano l' andamento.

2.° Quella che deriva dal complesso di tutte le rimanenti cause, che si oppongono al movimento del treno, ed è proporzionale al peso remorchiato, a pari velocità.

Si l' una come l' altra dipendono dalla velocità del treno, ma la prima assai poco e può ritenersi come costante ed eguale a tonellate 0, 010 per tonellata del motore: ciò è confermato dal quadro seguente:

Velocità all'ora in chilometri	Resistenza del motore per tonellata in chilogrammi	Resistenza del treno rimorchiato per tonellata in chilogrammi [1]
28	5 + 10	5
50	7 + 09	7
90	10 + 10	10

[1] I risultati sono bene rappresentati dalla forma

$$R = 2,6585 + 0,079533\, v + 0,0001462\, v^2$$

R resistenza in chilogrammi per tonellata

v velocità in chilometri all'ora

se la velocità v è data in metri per minuto secondo la formola diviene

$$R = 2,6585 + 0,2863188\, v + 0,001894752\, v^2.$$

I secondi numeri della seconda colonna, sensibilmente eguali, esprimono la resistenza per tonellata del motore dovuta all' azione scambievole dei suoi organi.

Senza entrare in una minuta discussione intorno la determinazione dei valori della resistenza di una tonellata lorda rimorchiata, ci limitiamo a dare qui le quote numeriche corrispondenti a diverse velocità ed ottenute per via d' interpolazione.

Vel.tà del treno	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Res.za di 1 T.la	0,004	0,004	0,005	0,005	0,0055	0,006	0,0065	0,007	0,0075	0,008

Denoteremo con la lettera r questa resistenza.

CAPO II.

Elementi economico-dinamici

—

Denominiamo così quei coefficienti dai quali, astrazione fatta dal peso lordo rimorchiato e dal costo della via, dipendono le spese d' esercizio di una ferrovia.

Essi sono i seguenti:

1.° Spesa chilometrica della locomotiva progrediente a vuoto sopra linea orizzontale.

2.° La medesima spesa alla discesa delle pendenze.

3.° Spesa chilometrica di trazione di una tonellata lorda.

4.° Spesa chilometrica di manutenzione della via per la deteriorazione prodotta dalla locomotiva.

5.° Spesa chilometrica di manutenzione della via dovuta all' azione dei freni alla discesa.

6.° Costo chilometrico del personale di un freno supplementare.

7.° Rimanenti spese d' esercizio per chilometro e per tonellata lorda.

Questi coefficienti non possono esser determinati che per mezzo dell' analisi dei resoconti delle spese d' esercizio di reti ferroviarie: li abbiamo desunti principalmente dalla sta-

tistica delle ferrovie Italo-centrali ([1]) relativa all'anno 1863, la quale abbiamo prescelta per rendere in essi sensibile la molta moderazione del traffico ferroviario in Italia, che nel detto anno sulle Italo-centrali rispose ad un prodotto lordo chilometrico medio di Lire 22427.

§ 1.

SPESA CHILOMETRICA DELLA LOCOMOTIVA PROGREDIENTE A VUOTO SU LINEA ORIZZONTALE.

Questa spesa fa parte di quelle che rientrano nel capitolo — servizio del materiale e della trazione —.

Il convoglio medio, motore non compreso, sulle Italo-centrali fu nel 1863 di circa 88 tonellate ([2]): questo servizio può esser fatto con una locomotiva media di 46 tonellate. La compagnia possiede locomotive di tipi diversi delle quali però non è indicato il peso nella statistica: supponendo tuttavia un motore medio di 46 tonellate ([3]), l'errore che noi commetteremo sarà in eccesso, cioè la spesa prevista in confronto dell'entrata sarà alcun poco maggiore del vero.

([1]) Vedi la nota a pag. 583.

([2]) Vedremo nel capitolo che segue come abbiamo potuto apprezzare il peso del convoglio medio: la statistica delle Italo-centrali spiacevolmente manca dei dati necessari, onde la quantità indicata abbiamo dovuto investigarla in una maniera indiretta.

([3]) Abbiamo ottenuto questo valore medio assegnando ai motori delle 6 categorie notate nella statistica il loro peso medio e tenendo conto della percorrenza di ciascuna categoria ivi notata. Sarebbe cosa eccellente che le statistiche fornissero il peso medio delle locomotive in servizio come quello dei veicoli: è un voto che esprimiamo sì alle amministrazioni delle ferrovie dello Stato come a quella delle Italo-centrali.

In tesi generale, l'esperienza ha dimostrato che la spesa, alla ricerca della quale dedichiamo questo paragrafo, diminuita di quella di condotta, sensibilmente costante, è approssimativamente proporzionale al peso Π della locomotiva; ci rendiamo conto di questo fatto, quando osserviamo che lo sforzo fatto dalla locomotiva sulla sua massa, per determinarne il movimento, è proporzionale a questa massa, e che d'altra parte gli attriti e resistenze di tutte le specie che si svolgono tra i suoi organi debbono essere proporzionali a questo sforzo stesso.

Del capitolo — servizio del materiale e della trazione — se ne possono fare tre gruppi distinti, cioè:

1.° Gruppo.

1. Manutenzione carrozze per chilometro percorso . . .	L 0,081
2. » carri » »	» 0,046
3. Untura delle carrozze e carri »	» 0,019
Totale del 1.° Gruppo	L. 0,146

2.° Gruppo.

1. Condotta per chilometro percorso	L. 0,129
2. Combustibile » »	» 0,428
3. Servizio acqua » »	» 0,010
4. Manutenzione della locomotiva e del carro di approvvis.to .	» 0,131
5. Untura della locomotiva »	» 0,046
Totale del 2.° Gruppo	L. 0,744

3.° Gruppo.

1. Ruote ad assi per chilometro percorso	L. 0,003
2. Personale	» 0,014
3. Partecipazione alla cassa pensioni per chilometro percorso .	» 0,002
4. Spese d'ufficio e spese diverse	» 0.009
Totale del 3.° Gruppo	» 0,028

Le spese che occorrono per predisporre al movimento una locomotiva su linea orizzontale e conservarla in tale stato attaccata al suo carro d' approvvisionamento, e nelle stesse condizioni nelle quali avrebbe progredito carica, non rientrano affatto in quelle del 1.° Gruppo.

Dei titoli del 2.° Gruppo il primo vi appartiene per intero; gli altri debbono evidentemente subire riduzioni, ma vi rientrano ciascuno: delle spese poi del 3.° Gruppo vi rientra soltanto la parte relativa al 2.° Gruppo, quando la spesa totale 0,028 sia ripartita proporzionalmente al 1.° Gruppo, al 2.° Gruppo ridotto, ed alla somma delle riduzioni fatte sui titoli di questo.

Le riduzioni basate sopra risultati medii sono:

Sul combustibile e sul servizio dell'acqua.	42, 5	p. % (1)
Sulla manutenzione della locomotiva e del carro di approvvisionamento	20,	»
Sull' untura della locomotiva	10,	»

Onde abbiamo:

2.° Gruppo ridotto.		Riduzioni.
1. Condotta	0,129	0,000
2. Combustibile	0,246	0,182
3. Servizio dell'acqua . . .	0,006	0,004
4. Manutenzione locomotiva e carro	0,105	0,026
5. Untura della locomotiva ecc. .	0,041	0,004
Totali: 2 ° Gruppo (ridotto) .	0,527	*Riduzioni* 0,216

(1) Il consumo in combustibile ed acqua può ritenersi proporzionale allo sforzo motore: lo sforzo motore per ogni tonellata di locomotiva è circa triplo di quello correlativo ad una tonellata lorda del suo peso non compreso in questo il carro d' approvvisionamento: il peso della locomotiva in servizio, tolto il carro che valutiamo in media tonellate 18 è 28 tonellate circa, ed il peso totale remorchiato è tonellate 106 quindi la spesa in

Ripartendo quindi la spesa totale del 3.° Gruppo proporzionatamente ([1]) ai totali del primo gruppo, del secondo ridotto e delle riduzioni eseguite, la parte relativa al totale del 2.° gruppo ridotto riesce di L. 0,017; abbiamo perciò:

Totale del 2.° Gruppo ridotto	L. 0, 527
Parte proporzionale	» 0, 017
Totale	L. 0, 544

Dobbiamo ancora aggiungervi la parte proporzionale delle spese di direzione, di amministrazione e generali, che nella detta statistica ascendono a L. 0, 188, mentre le spese totali ascendono a L. 2,691: questa parte proporzionale è L. 0,041 ([2]). Ne segue che la spesa sin qui valutata come necessaria per mettere e conservare in movimento una locomotiva, trascinante il solo carro di approvvisionamento, nelle stesse condizioni nelle quali progredirebbe trascinando l' intero convoglio è di

L. 0, 585:

combustibile dovrebbe esser ripartita proporzionalmente ai numeri

106 e 28 × 3

ossia ai numeri

106 o 84,

ed il coefficiente di ripartizione sarebbe

0,0022;

la spesa corrispondente alle 88 tonellate del convoglio lordo sarebbe quindi 0,194: tuttavia la rimanente parte 0,234 va aumentata di una frazione dovuta al riscaldamento delle macchine alle perdite nei momenti d' arresto, frazione che apprezziamo al 5 p. °/₀ e quindi 0,012 sopra 0,234; le due parti sono dunque definitivamente

0,182 e 0,246.

Un calcolo della stessa specie ripetasi pel servizio dell' acqua.

([1]) Il coefficiente di ripartizione del 3.° Gruppo è 0,0315.

([2]) Il coefficiente di ripartizione delle spese generali è 0, 0751.

questa spesa, diminuita della spesa di condotta e delle parti proporzionali di spese speciali e generali, riducesi a

L. 0, 442,

somma che riferita all' unità di peso della locomotiva media, che è 46 tonellate, corrisponde a

L. 0, 0096.

Abbiamo quindi che per una locomotiva di peso Π la spesa necessaria per chilometro quando progredisce col suo carro d' approvvisionamento è

$$\text{L. } 0,143 + 0,0096\,\Pi$$

ove la prima parte è la spesa di condotta aumentata delle quote attinenti di spese speciali e generali.

Tuttavia quest'espressione non è ancora completa, perocchè fa d'uopo aggiungervi l'interesse del capitale investito nella compra della locomotiva e l'ammortizzazione dello stesso capitale, che in complesso facciamo ascendere al 10 p. $^0/_0$ all' anno: ora una locomotiva può stimarsi in media L. 2050 la tonellata; ammesso dunque un percorso chilometrico medio di chilometri 25000 quale è quello delle locomotive della Rete lombarda e italo-centrale anno 1863, a ciascuna delle Π tonellate corrisponde una somma di

L. 0, 0082,

la quale tuttavia va ridotta nel rapporto del peso a vuoto al peso a pieno, rapporto che essendo in media 0, 73 trasforma la somma 0, 0082 in 0, 0060; la quale aggiunta al coefficiente di Π nella superiore espressione, la trasforma nella seguente

$$\text{L. } 0,143 + 0,0156\,\Pi. \qquad (a)$$

A quest' espressione possiamo dare una forma più generale: infatti la spesa in combustibile 0, 246, a ragione di 49 lire la tonellata, equivale al prezzo di tonellate 0,00502: quindi il combustibile consumato per ciascuna tonellata del motore di peso Π è

$$0,000109$$

che al prezzo P la tonellata equivale a

$$\text{L. } 0,000109\,P,$$

onde, per il motore Π e per chilometro, la spesa in combustibile sarà

$$\text{L. } 0,000109\,P\,\Pi:$$

sottratta quindi dal coefficiente di Π nella (a) la parte 0, 0053 relativa al combustibile ed aggiuntavi invece l' espressione più generale ora trovata abbiamo

$$\text{L. } 0,143 + \{0,0103 + 0,000109\,P\}\,\Pi \text{ (1)}.$$

Denoteremo questa spesa con la lettera ψ.

§ 2.

LA MEDESIMA SPESA ALLA DISCESA DELLE PENDENZE.

La spesa in combustibile è proporzionale alla forza meccanica svolta, ossia alla quantità di vapore prodotto a data tensione, la quale, a parità di condizioni del movimento, è molto sensibilmente proporzionale al peso Π della locomotiva, se

(1) Si otterrà la spesa del motore senza l' interesse e l'ammortizzazione sottraendovi 0, 006 Π.

questa progredisce col solo carro di approvvisionamento; lo sforzo dovuto alla gravità sopra una data pendenza, alla discesa, è pure proporzionale al peso della locomotiva ed espresso da

$$\Pi h$$

ove h rappresenta la discesa per metro di via: ne segue che la diminuzione del consumo di combustibile alla discesa dovrebbe essere teoricamente in ragione composta diretta del peso del motore e della inclinazione della via: esaminando anzi più da vicino la questione, possiamo vedere che per le velocità ordinarie dai 30 ai 35 chilometri all'ora, quando l'inclinazione della via è superiore a 0, 015 per metro, fa d'uopo combattere l'azione della gravità col freno: infatti lo sforzo necessario per mettere in movimento la locomotiva su piano orizzontale è.

$$(r + 0,010)\,\Pi,$$

come al § 5 del Capo I: il medesimo sforzo alla discesa di una rampa d'inclinazione h è

$$(r + 0,010 - h)\,\Pi,$$

che per le velocità dette sopra diviene

$$(0,015 - h)\,\Pi$$

e si annulla per

$$h = 0,015.$$

Vi hanno tuttavia due considerazioni a fare e sono:

1.° Che è provato convenire, anzi esser quasi indispensabile, che anche nelle forti discese i motori progredi-

scano a debole dose di vapore, atta a prevenire la pronta deteriorazione degli organi distributori ed operatori.

2.° Che le locomotive, dovendo esser tenute pronte ad ogni eventualità nel cammino, l' aspirazione non può esser soppressa.

Riterremo quindi secondo l' uso che la diminuzione della spesa incombustibile in discesa sia $\frac{1}{4}$ di quella che ha luogo pel cammino a livello [1].

Ora quest'ultima spesa per chilometro percorso è L. 0,246, che aumentata delle spese speciali del 3.° Gruppo del Capitolo — servizio della trazione e della manutenzione — e delle spese generali, proporzionalmente, diviene

L. 0, 272

di cui il 4.° è

L. 0, 068

corrispondente a

L. 0, 0015

per tonellata di locomotiva: otterremo dunque la spesa cercata diminuendo della precedente quantità il coefficiente di Π nella formola con la quale termina il paragrafo 1.° di questo capitolo: con tale operazione l' accennata formola diviene:

$$L.\ 0,143 + 0,0141\ \Pi:$$

[1] Ciò equivale a non tener conto del combustibile necessario pel movimento della massa della locomotiva, il qual movimento sarà dovuto in parte alla componente della gravità del treno, e per la parte che fa difetto al combustibile di cui il costo deve esser valutato a parte: per vero la diminuzione della spesa del combustibile dovrebbe essere un momento più forte di $\frac{1}{3}$ ma la frazione $\frac{1}{4}$ compensa le inevitabili perdite.

l' espressione più generale

$$0,143 + \{0,0101 + 0,000082\,P\}\,\Pi \ (^1)$$

suppone che P sia il prezzo del combustibile.

Designeremo questa spesa con la lettera x.

§ 3.

SPESA CHILOMETRICA DI TRAZIONE DI UNA TONELLATA LORDA.

Questa spesa, come ben si scorge dal titolo, rientra principalmente tra le riduzioni del 3.° Gruppo del capitolo — servizio della trazione e del materiale. —

Abbiamo trovato sopra che il complesso delle riduzioni fatte sul secondo gruppo è L. 0, 216: aggiuntavi la parte proporzionale corrispondente del 3° gruppo, che è L. 0, 007, e poscia la parte proporzionale delle spese generali, che è 0, 016, otteniamo per risultato

L. 0, 239,

la quale somma è l' aumento di spesa massimo per disporre il motore a rimorchiare il treno: ora il treno medio, motore non compreso, sulle ferrovie Italo-centrali lo assumiamo in 88 tonellate, quantitativo che giustificheremo nel seguente capitolo: la spesa lorda chilometrica di trazione di una tonellata è dunque

L. 0, 00272.

Anche questa spesa può essere espressa in funzione del prezzo del combustibile, perocchè per 88 tonellate la spesa è 0, 182,

(1) Si ottiene la spesa del motore distinta dagli interessi sottraendovi 0, 006 Π.

quindi per una tonellata 0, 00207, corrispondente a tonellate 0, 000042 di carbone: se P è dunque il prezzo del combustibile, la spesa di trazione di una tonellata lorda è

$$0,00065 + 0,000042\,P.$$

Designeremo questa spesa con la lettera m.

§ 4.

SPESA CHILOMETRICA DI MANUTENZIONE DELLA VIA PER LA DETERIORAZIONE PRODOTTA DALLA LOCOMOTIVA.

Questa spesa rientra necessariamente nel capitolo della statistica — manutenzione della via. — Per determinarla fa d'uopo di un'analisi delle spese elementari di questo capitolo, pari a quella fatta nei paragrafi precedenti rispetto al capitolo della trazione.

Il capitolo della manutenzione può suddividersi nei tre gruppi seguenti:

1.° Gruppo.

1. Ghiaia	L. 0, 008
2. Argine stradale	» 0, 000
3. Manufatti	» 0, 007
4. Chiusure e piantagioni	» 0, 002
5. Stazioni, officine e case guardiani	» 0, 018
Totale 1.° Gruppo	L. 0, 035

2.° Gruppo.

1. Traversine	L. 0, 018
2. Guide e cuscinetti	» 0, 016
3. Accessorii dell' armamento	» 0, 007
4. Scambi incrociamenti e piattaforme	» 0, 008
5. Materiale stabile	» 0, 003
6. Mano d' opera per l' armamento	» 0, 157
Totale 2.° Gruppo	L. 0, 209

3.° Gruppo.

1. Sorveglianza della linea	L. 0, 208
2. Personale	» 0, 050
3. Partecipazione alla cassa pensioni	» 0, 008
4. Spese d'ufficio e spese diverse	» 0, 005
Totale 3.° *Gruppo*	L. 0, 271

Le spese elementari del primo gruppo sono indipendenti dal movimento: quelle dèl secondo gruppo ne dipendono articolo per articolo, diminuite però della parte dovuta alle influenze atmosferiche: dovrebbesi per vero fare una riduzione sulle guide, quado s'impiegassero d'acciaio, ma amiamo meglio lasciare un margine in ordine a questa particolarità. Quelle del terzo gruppo vi rientrano soltanto per la parte proporzionale al totale del secondo gruppo: questa parte [1] è L. 0, 232, onde

Spese 2.° Gruppo . . . . ,	0, 209
Parte proporzionale 3.° Gruppo	0, 232
Totale.	0, 441.

Vi ha ancora da tener conto delle influenze atmosferiche, le quali vengono praticamente estimate in media L. 400 annue per chilometro di via.

Il totale delle linee Italo centrali in esercizio nel 1863 era di 649 chilometri, ed il complesso dei chilometri percorsi nello stesso anno fu 2 307 151 : le spese per chilometro percorso dovute alle influenze atmosferiche riescono quindi sulla base prestabilita di lire

$$\frac{649 \times 400}{2\ 307\ 151} = 0,\ 112.$$

(1) Il coefficiente di ripartizione del 3.° gruppo è 1, 1106.

Ripartito questo quoziente proporzionalmente alla somma 0, 441, ed all'eccesso su questa delle spese totali del capitolo — manutenzione della via — la parte proporzionale a 0, 441 è 0, 096, che sottratta riduce la spesa per chilometro percorso di manutenzione della via dovuta al passaggio dei convogli a

L. 0, 345.

Dobbiamo ancora aggiungervi la parte proporzionale delle spese generali, la quale è 0, 024, ed ottiensi così definitivamente la spesa di manutenzione determinata da ciascun convoglio in

L. 0, 369.

Qual parte di questa somma deve esser portata in conto della locomotiva?

Secondo i pratici per una locomotiva di 40 tonellate, carro compreso, rimorchiante un convoglio di 140 tonellate devonsi portare in conto della locomotiva i $\frac{3}{4}$ della spesa totale. Prendemmo a base questa cifra dovuta principalmente al fatto che lo sforzo determinato da una ruota della locomotiva sulla guida è da due volte a tre lo sforzo determinato da una ruota di carro o di carrozza, e che uno sforzo doppio e triplo altera l'elasticità del materiale d'armamento secondo una legge molto più rapida della semplice proporzionalità.

Assegnato il peso medio di 18 tonnellate al carro d'approvvisionamento si trova facilmente che per ogni tonnellata del convoglio lordo la spesa è

$$\frac{1}{4.140}$$

della spesa totale, e che per il motore carro non compreso, è

$$\frac{102}{1,\ 140}$$

sempre della spesa totale di manutenzione della via per un convoglio lordo di 140 tonellate rimorchiato da un motore di 40 tonellate.

Ne segue che per un motore di 28 tonellate, carro non compreso, rimorchiante un convoglio lordo di 106 tonellate compreso il carro d'approvvisionamento, il rapporto della spesa del motore alla spesa totale è come 80 a 100 prossimamente.

La spesa di manutenzione della via dovuta al passaggio della locomotiva, non compreso il carro d'approvvisionamento, è dunque nel caso nostro gli $\frac{80}{100}$ di 0, 369, cioè

$$L.\ 0,\ 295,$$

e la quota corrispondente ad una tonellata del motore di 28 tonellate è per conseguenza

$$L.\ 0,\ 0105;$$

chiamato quindi in generale ω il peso del carro d'approvvisionamento, la spesa per una locomotiva di peso Π è

$$L.\ 0,\ 0105\ (\Pi - \omega):$$

faremo in questa formula $\omega = 18$ per le locomotive seguite dal carro d'approvvisionamento, e $\omega = 0$ quando ciò non ha luogo.

La formula precedente non è tuttavia compiuta: resta che vi aggiungiamo la spesa di manutenzione dovuta al percorso del carro d'approvvisionamento.

La spesa di manutezione dovuta al passaggio del convoglio si riduce a 0, 074: ritenuto il convoglio lordo di 88

tonellate, per le 18 tonellate del carro di approvvisionamento la spesa per tonellata è

$$L.\ 0,0007,$$

onde per un peso ω la spesa è

$$L.\ 0,\ 0007\,\omega:$$

la spesa totale di manutenzione della via dovuta al passaggio del motore e del carro di approvvisionamento è dunque

$$L.\ 0,\ 0105\ (\Pi - 0,\ 92\ \omega)$$

Denoteremo questa spesa con la lettera n.

§ 5.

SPESA CHILOMETRICA DI MANUTENZIONE DELLA VIA DOVUTA ALL'AZIONE DEI FRENI ALLA DISCESA.

Allorchè i convogli vanno in discesa lungo un tratto ferroviario, l'azione della gravità permette di diminuire lo sforzo di trazione, e questa diminuzione aumenta col crescere della pendenza fino ad una pendenza limite, sulla quale lo sforzo di trazione è nullo, ed oltre la quale fa mestieri combattere coi freni la potenza acceleratrice della componente della gravità nella direzione della via: vedremo in seguito qual è questa pendenza limite. Attualmente ci occuperemo della ricerca delle spese di manutenzione della via per chilometro percorso e per tonellata del peso scorrente determinato dai freni.

Non vi ha dubbio che questa ricerca è assai delicata per lo stato attuale dei dati pratici in simile materia; ci sforzeremo tuttavia di trarre partito da ciò che è noto.

Sulla rampa dei Giovi, la cui pendenza media è 0,030 per metro, a parità di peso lordo rimorchiato, in pari condizione di aderenza e peso aderente per motore, a pari sforzo di trazione per tonellata, la spesa di manutenzione della via dovuta al passaggio dei convogli, è compresa tra il doppio ed il triplo di quella che ha luogo sopra una pendenza media di 0, 010 per metro: la deteriorazione è tuttavia più forte sul binario di discesa che su quello di ascesa, onde sul primo la si riguarda assolutamente tripla.

Faremo capo a questo dato affine di stabilire il coefficiente di manutenzione correlativo alla deteriorazione dovuta ai freni, quando i convogli sono in discesa.

Gli sforzi necessarii per rimorchiare lo stesso peso sopra due rampe diverse l'una di 0, 010 per metro, e l'altra di 0, 030, sono nel rapporto diretto delle resistenze per tonellata nei due casi, cioè nel rapporto di 15 a 35; quindi il peso lordo, motore compreso, trasportato nei due casi da uno stesso motore è in ragione inversa degli stessi numeri.

Sieno

Π il peso del motore
P_1 il peso rimorchiato sulla rampa di 0, 030
$P + 18$ il peso rimorchiato sulla rampa di 0, 010:

siccome sulla rampa dei Giovi il motore si compone di due locomotive accoppiate del peso totale di 54 tonellate rimorchianti un convoglio lordo medio di 106 tonellate, motore non compreso, abbiamo

$$\Pi = 27 \qquad P_1 = 53:$$

il numero 18 aggiunto a Π rappresenta il peso del carro di approvvisionamento sulla rampa 0, 010.

Avremo dunque

$$\frac{\Pi + P + 18}{\Pi + P_1} = \frac{35}{15}$$

onde

$$P = \frac{35}{15}(\Pi + P_1) - \Pi - 18$$

e numericamente

$$P = 142 \text{ tonellate:}$$

il numero dei motori necessarii per rimorchiare il peso Π sulla rampa 0, 030 è dunque

$$\frac{P}{P_1} = \frac{142}{48} = 2,958 = 3 \text{ approssimativamente.}$$

Se chiamiamo 1 la spesa di manutenzione della via dovuta al passaggio del convoglio sulla rampa 0, 010, siccome la frazione correlativa al motore è $\frac{3}{4}$, e lo stesso rimorchiato sulla rampa più forte produce evidentemente, astrazione fatta dall'azione dei freni, la stessa deteriorazione che se progredisse sulla rampa 0, 010, ne segue che, chiamata δ la spesa di manutenzione dovuta al passaggio del convoglio indipendentemente dalla locomotiva e dai freni, ed x la spesa di manutenzione dovuta all'azione di questi ultimi, dovranno coesistere le equazioni

$$\frac{3}{4} + \delta = 1 \qquad 3.\frac{3}{4} + \delta + x = 3, \qquad (^a)$$

dalle quali si deduce

$$x = 2\,\delta.$$

Ora la quantità designata con δ possiamo ottenerla facilmente: infatti abbiamo trovato che la spesa chilometrica di manutenzione della via dovuta al passaggio di un convoglio è

L. 0,369,

di cui il quinto, cioè 0,074, è dovuto al convoglio indipendentemente dal motore: sottrattavi la spesa attinente al carro d'approvvisionamento ascendente a 0, 010 si riduce a

$$L, \; 0, 064.$$

Tuttavia il convoglio medio corrispondente lo abbiamo ritenuto di 88 tonellate, onde per un convoglio di 142 tonellate questa spesa ascenderà a

$$\delta = \frac{0,064 \times 142}{88} = 0,1033$$

e quindi

$$x = 0,2065$$

Cerchiamo frattanto qual parte ne è dovuta a ciascuna tonellata di peso scorrente determinato dai freni.

Se conserviamo a Π e P i valori numerici superiormente accennati, e denominiamo

T il peso scorrente determinato dai freni
$\frac{1}{k}$ il coefficiente di aderenza o attrito di scorrimento,

abbiamo:

Componente della gravità nella direzione della via alla discesa . . . . $= (3\,\Pi + P)\;0,030$
Sforzo determinante il movimento del convoglio, il motore compreso . . . . $= (3\,\Pi + P)\;0,005$
Sforzo direttamente opposto alla componente della gravità, e determinato dai freni . . . . $= \frac{1}{k}\,T;$

e l'espressione di mezzo deve essere eguale alla differenza delle altre due, onde

$$T = 0,025\,k\,(3\,\Pi + P);$$

possiamo fare $k = 8$, ed avremo numericamente

$$T = 44,6 \text{ tonellate}:$$

la spesa di manutenzione della via dovuta a ciascuna tonellata di peso scorrente determinato dai freni è dunque

$$\frac{0,2065}{44} = 0,0047.$$

Denoteremo questa spesa con la lettera p.

§ 6.

COSTO, PER CHILOMETRO PERCORSO, DEL PERSONALE DI UN FRENO SUPPLEMENTARE.

I freni supplementarii vengono impiegati sulle forti pendenze, sulle quali la velocità dei convogli varia dai 15 ai 20 chilometri all'ora: supponendo, come l'uso consente, che un guarda freno stia in servizio 8 ore al giorno, il suo percorso medio giornaliero sarà

$$\text{chilometri } 17,5 \times 8 = 140,$$

ed in 300 giorni di servizio all'anno

chilometri 42000.

Fissando a L. 1200 la mercede annua di un guarda freno, il costo di un freno supplementare pel personale e per chilometro percorso è

L, 0, 029.

Denoteremo questa spesa con la lettera q.

§ 7.

RIMANENTI SPESE D' ESERCIZIO PER CHILOMETRO PERCORSO E PER TONELLATA LORDA DI PESO RIMORCHIATO.

Per determinare le rimanenti spese d' esercizio per tonellata lorda fa d' uopo di un analisi dei capitoli della statistica

— Servizio commerciale —

— Servizio del movimento —

in ispecie dell' ultimo; nel tempo stesso debbonsi prendere in considerazione anche alcuni titoli dei capitoli esaminati nei precedenti paragrafi.

Le spese già distinte sono

§ 1.°	L. 0, 585
» 3.°	» 0, 239
» 4.° compreso il carro d' approvvisionamento.	» 0, 305
Totale	L. 1, 129
Spese totali d' esercizio	» 2, 691
Differenza	L. 1, 562

È dunque la spesa

L. 1, 562

che va ripartita tra ciascuna tonellata lorda viaggiatori e ciascuna tonellata lorda merci.

Dalla statistica abbiamo:

Capitolo « servizio commerciale » . . . . L. 0, 475.

Abbiamo poi il capitolo — servizio del movimento — che può decomporsi nei gruppi seguenti:

1.° Gruppo.

1. Illuminazione	L. 0, 037
2. Riscaldamento	» 0, 010
3. Telegrafi e segnali	» 0, 007
4. Biglietti per viaggiatori	» 0, 004
5. Nolo delle carrozze	» 0, 000
6. Manutenzione del materiale e mobiliare	» 0, 016
Totale 1.° Gruppo	L. 0, 074

2.° Gruppo.

1. Servizio dei convogli	L. 0, 103

3.° Gruppo.

1. Servizio delle Stazioni	L. 0, 349

4.° Gruppo.

1. Servizio centrale	L. 0, 030
2. Partecipazione alla cassa pensioni	» 0, 016
3. Spese d'ufficio e spese diverse	» 0, 024
Totale 4.° Gruppo	L. 0, 070

Il primo gruppo non può rientrare che per una parte insensibile nel servizio merci, e questa parte la trascuriamo affatto.

Il secondo ed il terzo gruppo vanno rispettivamente decomposti in due parti, una relativa al servizio viaggiatori e l'altra relativa al servizio merci.

Il quarto gruppo va ripartito proporzionalmente alle spese relative all'uno ed all'altro servizio.

Il servizio dei convogli a parità di peso rimorchiato può apprezzarsi come 2,8 a 1 ([1]) pei due servizii viaggiatori e merci: ora il rapporto del peso lordo viaggiatori al peso lordo merci fu ad un circa, sulle linee Italo centrali nell' anno 1863, come 1 a 2, rapporto sul quale torneremo in seguito; possiamo dunque ritenere che le spese del secondo gruppo debbano ripartirsi come 1, 4 a 1, assegnando la prima parte al servizio viaggiatori, e la seconda parte al servizio merci. Queste parti sono

L. 0, 060 L. 0, 043.

Il servizio delle stazioni può decomporsi pei due servizii speciali in ragione composta del servizio convogli e del peso lordo rimorchiato, cioè come 1, 4 a 2: quindi le parti separate del quarto gruppo sono

L. 0, 144 L. 0, 205.

Abbiamo dunque, astrazione fatta tuttavia dal quarto gruppo,

Servizio viaggiatori	L. 0, 287
» merci	» 0, 248

Ripartendo proporzionalmente a questa somma quella del quarto gruppo, le parti proporzionali sono ([2])

L. 0, 037 L. 0, 033,

onde:

Servizio viaggiatori compresa la parte proporzionale del 4.° gruppo.	L. 0, 315
» merci » » » » .	» 0, 281.

([1]) È questo il rapporto medio dei freni ordinari pei due servizii a parità di peso lordo: abbiamo ritenuto che il servizio dei convogli in movimento sia fatto esclusivamente dai guarda freno ciò che è molto appressimativamente vero.

([2]) Il coefficiente di ripartizione è 0, 1330.

Rispetto però ad entrambi i servizii abbiamo nel capitolo della trazione e della manutenzione

Untura carrozze e carri . . . . L. 0, 019

di cui metà circa, cioè 0, 009, assegneremo al servizio viaggiatori e l'altra parte 0, 010 al servizio merci.

Nel medesimo capitolo abbiamo altresì

Manutenzione carrozze	L. 0, 081
» carri	» 0, 041

in definitiva dunque, dal Capitolo — trazione e manutenzione del materiale — abbiamo:

Servizio viaggiatori	L. 0, 090
» merci	» 0, 051

le quali spese, aumentate dalle parti proporzionali relative allo stesso Capitolo, come al § 1°, ascendenti rispettivamente a

L. 0, 003 L. 0, 002,

divengono

Servizio viaggiatori	L. 0, 093
» merci	» 0, 053

e cumulate con quelle relative ai Capitoli — Servizio del movimento — e — Servizio commerciale — costituiscono i risultati seguenti:

Servizio viaggiatori	D. 0, 408
» merci	» 0, 809
Totale	L. 1, 217

Questi numeri vanno tuttavia aumentati delle parti proporzionali delle spese di direzione, servizio amministrativo e generale, le quali parti sono

L. 0, 031 L. 0, 061 :

abbiamo dunque come spese speciali respettive in ordine ai due servizii

Servizio viaggiatori	L. 0, 439
» merci	» 0, 870
Totale	» 1, 309

Se togliamo questa somma dall' eccesso delle spese totali d' esercizio sulle spese considerate nei precedenti paragrafi, eccesso determinato sopra in

L. 1, 562,

la differenza 0, 253 va ripartita proporzionalmente alle spese — servizio viaggiatori e servizio merci: — le parti proporzionali sono [1]

L. 0, 085 L. 0, 168:

abbiamo dunque

Spesa totale: servizio viaggiatori	L. 0, 524
» » » merci	» 1, 038

Ora il convoglio medio di 88 tonellate, lo abbiamo detto, si riparte come 1 a 2 in tonellaggio viaggiatori e tonellaggio merci: segue dunque che le rimanenti spese d' esercizio, oltre quelle considerate nei paragrafi precedenti sono

Per tonellata lorda viaggiatori	L. 0, 0179
» » merci	» 0, 0177

Denoteremo l' una e l' altra di queste spese con la lettera t.

[1] Il coefficiente di ripartizione è 0, 1932.

In questo capitolo abbiamo proceduto ad una minuta analisi della statistica onde investigare col sussidio della stessa le spese elementari nel servizio delle ferrovie: è certo che non può ritenersi identificata nei risultamenti esposti tutta la precisione matematica, tanto più che ci è stato mestieri apprezzare punti di partenza i quali in veruna maniera abbiamo potuto riscontrare nella statistica. Qualunque sia il grado di approssimazione cui siamo pervenuti, abbiamo fiducia che un lavoro simile effettuato con dati più sicuri, meno alieni da tutto ciò che non sia ipotesi, sia per riuscire di una vera utilità nello studio dei servizii ferroviarii.

Ecco frattanto il quadro che riassume i dati numerici ottenuti nel corso del Capitolo, ed ai quali ricorreremo nelle ulteriori applicazioni.

Prospetto degli elementi economico-dinamici.

1.° Spesa chilometrica ψ della locomotiva progrediente a vuoto su linea orizzontale

$$\psi = 0,143 + (0,0103 + 0,000109\,\mathrm{P})\,\Pi.$$

2.° La medesima spesa χ alla discesa delle rampe

$$\chi = 0,143 + (0,0101 + 0,000082\,\mathrm{P})\,\Pi.$$

3.° Spesa chilometrica m di trazione di una tonnellata lorda

$$m = 0,00065 + 0,000042\,\mathrm{P}.$$

4.° Spesa chilometrica n di manutenzione della via per la deteriorazione prodotta dalla locomotiva

$$n = 0,0105\,(\Pi - 0,92\,\omega).\quad \omega = 18 \text{ ovvero } = 0.$$

5.° Spesa chilometrica p di manutenzione della via dovuta all' azione dei freni alla discesa per tonellatà di peso scorrente

$$p = 0,0047.$$

6.° Costo q per chilometro percorso del personale di un freno supplementare

$$q = 0,029.$$

7.° Rimanenti spese t d' esercizio per chilometro percorso e per tonellata lorda di peso rimorchiato

$t = 0,0179$ pei viaggiatori.
$t = 0,0177$ per le merci.

CAPO III.

Quantità del movimento effettivo o presunto

—

Le quantità numeriche sinora ottenute non sono sufficienti per istabilire le relazioni scambievoli tra il traffico di una ferrovia, le spese correlative ed il prodotto o introito lordo. Le une infatti riflettono principalmente la potenza dei motori, le altre le spese elementari pel trasporto dell' unità di peso lordo ad un chilometro di distanza; ed è sentito bene che allato a tuttociò fa d' uopo vi sia la totalità del peso lordo che deve esser trasportato, affine di stabilire il rapporto tra le entrate e le spese nel servizio generale di una ferrovia.

Il traffico di una ferrovia è variabile non solo nella sua espressione numerica, ma anche, in maniera assoluta parlando, nella sua repartizione tra le diverse classi delle tre categorie di servizio

Viaggiatori
Merci a grande velocità
Merci a piccola velocità,

non che tra queste categorie medesime.

Su tale ferrovia il peso lordo viaggiatori è doppio, su tale altra è triplo, sopra alcune multiplo, sopra altre sotto

multiplo del peso lordo in mercanzie: parimente, il peso lordo viaggiatori, come il peso lordo merci, si ripartiscono variabilmente nelle diverse classi, talmente che sembra impossibile, sia lecito stabilire a priori una relazione tra la quantità effettiva del traffico, ed uno dei più semplici risultamenti dell' esercizio, quale il prodotto lordo chilometrico.

Fissiamo bene il significato della quistione che andiamo a proporci.

« Una ferrovia presenta un prodotto lordo chilometrico
» effettivo o presunto, ma determinato: quali sono le quotità
» del movimento correlativo, espresso in tonellate di peso
» lordo chilometrico rimorchiato dalle locomotive? »

Espressa la dimanda in termini così assoluti e generali, la risposta, per lo meno, non potrebbe essere che dubitativa: un prodotto lordo chilometrico, di 20000 lire per esempio, si ripartirà diversamente nelle tre categorie di servizio

Viaggiatori
Merci a grande velocità
Merci a piccola velocità;

come pure le quote relative alle classi di una stessa categoria di servizio saranno diverse; se per esempio, sopra una ferrovia, 10,000 sulle 20,000 lire di prodotto lordo chilometrico sono state riscosse sul servizio dei viaggiatori, sopra un' altra la quota proporzionale sarà diversa: se nel primo caso le 10,000 lire si ripartiranno p. e. come i numeri

1 3 3

nelle diverse classi 1ª, 2ª e 3ª di viaggiatori, nel secondo caso la quota corrispondente si ripartirà secondo una diversa legge.

Restringiamo tuttavia i limiti della questione: supponiamo una estesa contrada che possiede già una o più reti ferro-

viarie in esercizio, e dove il servizio correlativo abbia assunto già un assai regolare e normale andamento: possono eglino i risultamenti medii dell'esercizio nella totalità della rete esser presi come punto di partenza, affine di definire approssimativamente l'esercizio di una ferrovia da costruirsi nella stessa contrada, e presentire quindi il prodotto chilometrico lordo che devesi effettivamente ripetere, ovvero deve esser guarentito, affinchè la costruzione della ferrovia venga intrapresa?

Ovvero, se il prodotto lordo chilometrico è una somma guarentita dallo Stato e determinata, potranno eglino gli stessi risultamenti medii servir di guida nella definizione del tracciato, in ispecie se il profilo dell'asse stradale deve traversare località le quali richiedono pendenze eccezionali?

Si comprende bene che se la risposta alla questione a questi termini riferita fosse affermativa, le conseguenze a dedurre riuscirebbero di una certa importanza, perocchè nel primo caso sarà possibile una valutazione approssimativa dei beneficii, i quali, dipendentemente dal capitale impiegato nella costruzione e dal profilo della via, possono con fondamento esser promessi; e nel secondo caso, il profilo a scegliersi nelle località di condizioni topografiche eccezionali potrà valutarsi a priori, in maniera che nè lo Stato, nè la Compagnia costruttrice debbano andare incontro a sacrificii o a perdite.

Si avverta tuttavia che, per quanto riflette il primo dei due casi accennati, non si intende dire che, fino dal primo o dai primi anni dell'esercizio, questo debba essere assolutamente conforme ai risultamenti del calcolo preventivo, giacchè è sempre necessario un certo periodo di tempo, affinchè le località traversate dalla nuova ferrovia si predispongano alle condizioni economiche che loro vengono fatte dall'opera in discorso, la quale talora finisce per essere causa di una completa trasformazione delle più inveterate abitudini;

trasformazione tanto maggiormente profonda, quanto meno fecersi ivi sentire pel passato le benefiche influenze della civiltà e del progresso.

Non pertanto le condizioni normali sono raggiunte in un tempo più o meno breve. Un giusto criterio dell' importanza di una ferrovia, lo si ha generalmente parlando, nel rapporto fra l' introito lordo e le spese di esercizio, ed è noto che questo rapporto, elevatissimo nei primi anni, va rapidamente decrescendo, e converge verso un limite, il quale rappresenta l' economia del traffico sulle linee di molta importanza. Questo limite dipende sempre dal profilo della via; sulla linea da Genova a Torino, appartenente allo Stato per la quale l' introito lordo fu di L. 63632 nell' anno 1862, le spese d' esercizio ascesero a L. 32933, cioè al 51 p. $^0/_0$ dell' incasso, mentre sulla linea Alessandria-Arona appartenente pure allo Stato, ed alla quale corrispose pure nello stesso anno un' entrata lorda di L. 24482, le spese d' esercizio ascero a L. 9796 cioè circa il 40 p. $^0/_0$.

Che il rapporto delle spese alle entrate vada rapidamente convergendo al suo limite, in ispecie nei primi anni d' esercizio, lo confermano le linee di recente costruzione: così per la linea Rho-Lago maggiore, appartenente alla rete delle Italo-centrali, il rapporto delle entrate alle spese fu nel 1861 del 76 p. $^0/_0$, e nel successivo di 65 p. $^0/_0$, cioè del 7 p. $^0/_0$ minore. Parimente sulla linea Bologna-Pistoia, appartenente alla stessa rete, le spese d' esercizio ascesero a 79 p. $^0/_0$ nel 1862, ed al 66 p. $^0/_0$ nel successivo, cioè nel secondo anno furono del 18 p. $^0/_0$ minori che nel primo: si noti tuttavia che per la linea Bologna-Pistoia il limite del rapporto delle spese alle entrate non potrà discendere molto sotto il 50 p. $^0/_0$, causa le straordinarie accidentalità del profilo in ispecie al transito dell' Appennino dalla parte di Pistoia.

Consultiamo frattanto la Statistica in ordine al ripartimento del prodotto lordo chilometrico tra le diverse categorie del servizio ferroviario.

Secondo quella della rete Italo-centrale, anno 1863, per ogni unità di prodotto lordo chilometrico si ebbe un' entrata così riportata:

Lire 0, 59 in Viaggiatori.
» 0, 09 » Merci a grande velocità.
» 0, 30 » Merci a piccola velocità.
» 0, 02 » Prodotti diversi.

Se compariamo questi numeri con quelli della stessa specie relativi alle diverse linee della rete abbiamo il seguente prospetto, ove, per ciascuna delle tre categorie del servizio, sono dati nella colonna a sinistra i numeri proporzionali all' unità di entrata, e nella successiva i loro rapporti ai valori medii. In questo quadro non appariscono per brevità, in una maniera esplicita, i *prodotti diversi,* come quelli che hanno una minore importanza.

Rete della Lombardia e dell' Italia centrale.

REPARTIZIONE DEL PRODOTTO LORDO NEL SERVIZIO GENERALE DEI TRASPORTI.

Linee della Rete.	*Categorie del servizio.*					
	Viaggiatori.		Merci G. V.		Merci P. V.	
Milano-Ticino	0, 63	1, 1	0, 11	1, 2	0, 23	0, 8
Rho-Lago maggiore . . .	0, 77	1, 3	0, 06	0, 7	0, 15	0, 5
Milano-Camerlata	0, 81	1, 4	0, 06	0, 7	0, 12	0, 4
Milano-Peschiera	0, 55	0, 9	0, 11	1, 2	0, 33	1, 1
Treviglio-Cremona . . .	0, 57	1, 0	0, 07	0, 8	0, 30	1, 0
Bergamo Lecco	0, 55	0, 9	0, 05	0, 6	0, 36	1, 2
Milano-Pavia	0, 49	0, 8	0, 06	0, 7	0, 41	1, 3
Milano-Piacenza	0, 59	1, 0	0, 09	1, 0	0, 31	1, 0
Piacenza-Bologna	0, 53	0, 9	0, 10	1, 1	0, 36	1, 2
Bologna-Ponte Lagoscuro .	0, 58	1, 0	0, 07	0, 8	0, 33	1, 1
Bologna-Pistoia	0, 74	1, 3	0, 11	1, 2	0, 12	0, 4
Medie [1]	0, 59	1, 0	0, 09	1, 0	0, 30	1, 0

[1] Queste medie e quelle dei quadri successivi sono naturalmente medie composte, nelle espressioni delle quali il peso di ciascun elemento riesce proporzionale al prodotto lordo chilometrico della linea cui l' elemento si riferisce.

Ora, in questioni economiche della natura di quella che trattiamo, una differenza di $^1/_3$ in eccesso o in difetto dal valor medio relativo da questo stesso valore è già un'approssimazione di sufficiente importanza; tuttavia fra i rapporti dei numeri di ciascuna colonna ai corrispondenti valori medii pochi ve ne hanno che eccezionalmente eccedano tali limiti.

Secondo la statistica delle ferrovie dello Stato per l'anno 1862, per ogni unità di prodotto lordo chilometrico incassata complessivamente nella rete si ebbero:

L. 0,48 in Viaggiatori.
» 0,08 » Merci a grande velocità.
» 0,43 » » a piccola velocità.
» 0,01 » prodotti diversi.

Frattanto i numeri corrispondenti per le diverse linee della rete, ed i loro rapporti ai valori medii sono dati dal quadro seguente:

Rete dello Stato.

REPARTIZIONE DEL PRODOTTO LORDO NEL SERVIZIO GENERALE DEI TRASPORTI.

Linee della rete.	*Categorie del servizio.*					
	Viaggiatori		Merci G. V.		Merci P. V.	
Torino-Genova	0,41	0,8	0,08	1,0	0,50	1,2
Alessandria-Arona	0,44	0,9	0,07	0,9	0,48	1,1
Alessandria-Piacenza. . . .	0,51	1,0	0,09	1,1	0,40	0,9
Torino-Pinerolo	0,73	1,5	0,06	0,7	0,21	0,5
Mortara-Vigevano.	0,57	1,1	0,12	1,5	0,31	0,7
Genova-Voltri.	0,89	1,8	0,04	0,5	0,07	0,2
Alessandria-Acqui	0,73	1,5	0,08	1,0	0,19	0,5
Torino-Cuneo	0,70	1,4	0,08	1,0	0,22	0,5
Bra-Cavaller magg.	0,77	1,6	0,08	1,0	0,15	0,4
Torreberretti-Pavia	0,41	0,8	0,08	1,0	0,51	1,2
Medie	0,48	1,0	0,08	1,0	0,43	1,0

Si deduce da questo prospetto che, avuto riguardo all' importanza speciale delle diverse linee, i valori medii sono ancora un'approssimazione ai respettivi delle linee medesime.

Confrontiamo frattanto i valori medii delle diverse specie di servizio, non comprese le entrate indipendenti dal movimento, per gli anni 1861 e 1862 rispetto alle ferrovie dello Stato, e per gli anni 1862 1863 rispetto alla Rete Lombarda e italo-centrale.

Rete dell' alta Italia.

REPARTIZIONE MEDIA DEL PRODOTTO LORDO NEL SERVIZIO GENERALE DEI TRASPORTI.

Ferrovie.	*Anni.*	*Categorie del servizio.*					
		Viaggiatori		Merci G. V.		Merci P. V.	
Dello Stato	1861	0,50	0,9	0,09	1,0	0,40	1,1
	1862	0,48	0,9	0,08	0,9	0,43	1,2
Lombardia e Italia centrale	1862	0,61	1,0	0,09	1,0	0,28	0,8
	1863	0,59	1,1	0,09	1,0	0,30	0,8
Medie		0,54	1,0	0,09	1,0	0,35	1,0

Questo prospetto dimostra bene tutta l' importanza dei valori medii corrispondenti alle due reti insieme considerate, imperocchè i valori rispettivi per le quattro annate non ne differiscono che eccezionalmente di $^2/_{10}$.

Del resto questo stato di cose ha la sua ragione di essere nelle leggi della pubblica economia, nelle quali, se non può rinvenirsi la matematica pura cioè l' astratto e l' assoluto, come non si rinviene giammai fuori della sfera dell' intelligenza, tuttavia le ragioni numeriche vi si rivelano sempre: il movimento delle cose in compiuti periodi di tempo è in rapporto col movimento delle persone, determinato dal desiderio del sodisfacimento ai nostri propri bisogni, i quali si svolgono e contemporaneamente s' intrecciano in vicendevole armonia col progresso.

Esaminiamo in secondo luogo ciascuna delle tre specie di servizio separatamente, in ordine al ripartimento del prodotto lordo speciale fra le diverse classi che vi rientrano.

Sulla rete Italo-centrale nell'anno 1863 il prodotto lordo del servizio Viaggiatori si riparti per ogni lira in

L. 0,13 Viaggiatori 1.a Classe
» 0,45 » 2.a »
» 0,40 » 3.a »
» 0,02 Tariffe speciali:

i medesimi coefficienti per ciascuna linea separatamente, coi loro rapporti ai valori medii ora accennati, sono riferiti nel seguente quadro, ove abbiamo tralasciato di porre i coefficienti relativi alle tariffe speciali, come i meno importanti.

Rete della Lombardia e dell'Italia centrale.

REPARTIZIONE DEL PRODOTTO LORDO NEL SERVIZIO SPECIALE DEI VIAGGIATORI.

Linee della rete.	*Viaggiatori*					
	1.a Classe		2.a Classe		3.a Classe	
Milano–Ticino	0,16	1,2	0,43	0,9	0,39	1,0
Rho–Lagomaggiore	0,05	0,4	0,31	0,7	0,63	1,6
Milano–Camerlata	0,09	0,7	0,39	0,9	0,50	1,2
Milano–Peschiera	0,12	1,0	0,46	1,0	0,41	1,0
Treviglio–Cremona	0,05	0,4	0,36	0,8	0,56	1,4
Bergamo–Lecco	0,03	0,2	0,28	0,6	0,68	1,7
Milano–Pavia	0,12	1,0	0,46	1,0	0,39	1,0
Milano–Piacenza	0,11	0,9	0,48	1,3	0,38	0,9
Piacenza–Bologna	0,16	1,2	0,52	1,4	0,29	0,7
Bologna–Ponte Lagoscuro . .	0,11	0,9	0,45	1,0	0,43	1,1
Bologna–Pistoia	0,25	2.0	0,32	0,7	0,42	1,0
Medie	0,13	1,0	0,45	1,0	0,40	1,0

La colonna relativa alla prima classe, in ordine ad alcune linee, presenta qualche forte differenza rispetto al valore medio; ciò non pertanto ha luogo per linee di recente aperte,

ovvero discontinue durante una parte o la totalità dell' annata di cui riferiamo la statistica: tali si presentano infatti le linee

Rho-Lagomaggiore
Treviglio-Cremona
Bergamo-Lecco
Bologna-Pistoia:

per le prime tre avvi una differenza in meno, e per la quarta una differenza in più dal valore medio.

La colonna relativa alla terza classe presenta pure alcune eccezionali differenze riguardo alle quattro linee speciali testè menzionate.

La colonna relativa alla classe media finalmente non presenta differenze sensibili dal valore medio, quanto le altre due.

Considerazioni della stessa specie ponno ripetersi intorno la ripartizione del prodotto lordo nel movimento delle merci a grande e piccola velocità: ci limitiamo qui a riferire i quadri correlativi.

È da osservarsi che, per quanto alcune linee nel prospetto che segue presentino differenze dai valori medii, tuttavia queste differenze, piuttosto che accennare ad un' infirmazione di rapporti numerici, attestano tutta l' importanza dei valori medii, perocchè, come avvertimmo di già, le eccezioni in discorso corrispondono a linee, le quali non anche acquistarono un grado definitivo di stabilità; sulle quali cioè il rapporto delle spese alle entrate non discese sin ad oggi a quel limite, che è come dicemmo il carattere principale dell' economia di un traffico ferroviario.

Rete della Lombardia e dell' Italia centrale

Repartizione del prodotto lordo nei servizii speciali Merci a Grande e Piccola velocità.

LINEE DELLA RETE	BAGAGLI	MERCI A GRANDE VELOCITA'		MERCI A PICCOLA VELOCITA'					
		Merci p.te d.te	Prodotti div.	1.a Classe	2.a Classe	3.a Classe	4.a Classe	5.a Classe	Tariffe spec.
Milano-Ticino. . . .	0,19 0,9	0,60 1,1	0,21 0,8	0,13 1,1	0,11 1,0	0,06 0,5	0,15 0,8	0,17 0,7	0,38 1,6
Rho-Lagomaggiore . .	0,15 0,7	0,60 1,1	0,25 1,0	0,14 1,2	0,08 0,7	0,08 0,7	0,27 1,4	0,15 0,6	0,28 1,2
Milano-Camerlata . .	0,36 1,6	0,48 0,9	0,16 0,6	0,08 0,7	0,06 0,5	0,09 0,8	0,26 1,4	0,18 0,7	0,33 1,4
Milano-Peschiera . .	0,21 1,0	0,56 1,0	0,23 0,9	0,11 0,9	0,10 0,9	0,10 0,9	0,15 0,7	0,23 1,0	0,31 1,3
Treviglio-Cremona . .	0,18 0,8	0,63 1,2	0,19 0,7	0,04 0,3	0,03 0,3	0,04 0,4	0,06 0,3	0,45 2,0	0,48 2,1
Bergamo-Lecco . . .	0,16 0,7	0,73 1,4	0,11 0,4	0,04 0,3	0,07 0,6	0,04 0,4	0,09 0,5	0,47 2,0	0,29 1,2
Milano-Pavia	0,28 1,3	0,52 1,0	0,20 0,8	0,15 1,2	0,16 1,4	0,21 0,2	0,19 1,0	0,17 0,7	0,12 0,5
Milano-Piacenza . . .	0,21 1,0	0,55 1,0	0,24 0,9	0,14 1,2	0,12 1,1	0,15 1,4	0,19 1,0	0,18 0,7	0,22 0,9
Piacenza-Bologna . .	0,23 1,0	0,50 0,9	0,27 1,1	0,12 1,0	0,12 1,1	0,08 0,7	0,22 1,2	0,26 1,1	0,20 0,8
Bologna-Ponte Lagoscuro	0,19 0,9	0,50 0,9	0,31 1,2	0,08 0,7	0,03 0,3	0,09 0,8	0,13 0,7	0,53 2,2	0,14 0,6
Bologna-Pistoia . . .	0,41 1,9	0,35 0,7	0,24 0,9	0,12 1,0	0,04 0,4	0,07 0,8	0,12 0,6	0,18 0,7	0,47 2,0
Medie	0,22 1,0	0,53 1,0	0,25 1,0	0,12 1,0	0,11 1,0	0,11 1,0	0,19 1,0	0,24 1,0	0,23 1,0

N. B. — Nella parte del quadro relativa alla piccola velocità vi è ripartito in centesimi solo il prodotto lordo corrispondente alle merci effettive, escluse le altre materie trasportate come carri, carrozze, bestiame ecc., che vi dovrebbero figurare per una quota inferiore al centesimo.

In questa esposizione di cifre, e nei loro rapporti coi valori medii, rimane dunque confermato, che le differenze maggiori, in eccesso come in difetto, si manifestano laddove le linee hanno ancora, parzialmente almeno, un carattere eccezionale, sia riguardo alla loro continuità, sia pel numero degli anni dai quali data l'esercizio: quindi è che i valori medii in una valutazione preventiva e quindi approssimativa hanno tutta l'importanza di una base pratica di calcolo. E d'altra parte, se un calcolo preventivo non potesse far capo ai medesimi numeri, la ceca fiducia nel caso dovrebbe esser la speranza dell'avvenire, il che dalle menti illuminate non si vorrà di leggeri concedere.

I quadri di repartizione del prodotto lordo ferroviario nelle diverse classi di ognuna delle tre categorie di servizio si riferiscono alla rete della Lombardia e dell'Italia centrale: avremmo ben voluto riferire la medesima repartizione per le 10 linee della rete dello Stato, ma la maniera con la quale è compilata la statistica avrebbe richiesta una valutazione precedente delle entrate, che nella stessa, per il movimento merci a grande e piccola velocità, sono date cumulativamente: del resto, le induzioni sarebbero state quelle stesse, cui con la statistica delle Lombarde e Italo-centrali siamo prevenuti.

In ciò che segue prenderemo dunque a base della repartizione del prodotto lordo nelle diverse classi di ciascuna delle tre categorie di servizio ferroviario i numeri medii delle Lombarde e Italo-centrali, che sono relativi all'anno 1863.

Rete della Lombardia e dell' Italia centrale.

RIASSUNTO DELLA REPARTIZIONE DEL PRODOTTO LORDO IN CIASCUNO DEI TRE SERVIZII SPECIALI VIAGGIATORI, MERCI A G. V., MERCI A P. V.

Viaggiatori	1.a Classe	0,13
	2.a Classe	0,45
	3.a Classe	0,40
	Tariffe speciali	0,02
Merci a Grande Vel.	Bagagli	0,22
	Merci	0,53
	Carrozze	0,01
	Cavalli	0,03
	Carri	0,01
	Bestiame grosso	0,04
	» piccolo	0,03
	Trasporti militari	0,02
	Oggetti prez.si ed art.li div.si	0,11
Merci a Piccola Vel.	Merci 1.a Classe	0,12
	» 2.a »	0,11
	» 3.a »	0,11
	» 4.a »	0,18
	» 5.a »	0,23
	» Tariffe speciali	0,22
	Carrozze	0,01
	Trasporti militari	0,02

Ovvero, cumulando, nel servizio Viaggiatori, i trasporti a tariffe speciali con la terza classe, distinguendo il servizio merci a G. V. in 2 gruppi soli, uno composto dai bagagli, e facendo un sol gruppo delle merci a P. V.

Viaggiatori	1.a	0,13
	2.a	0,45
	3.a	0,42
Merci G. V.	Bagagli	0,22
	Merci G. V.	0,78
Merci P. V.		1,00

Per vero invece di considerare i valori medii relativi ad una sola annata, la sarebbe migliore e più sicura guida riferirsi alle medie dei medii valori di più annate; ma operar così nello stato attuale delle cose era impossibile.

Partendo ora dai rapporti a 1 dei prodotti sopra riferiti, ci proponiamo valutare approssimativamente il tonellaggio lordo per ciascuna unità di prodotto lordo effettivo o presunto; in altri termini il movimento effettivo o presunto.

Ecco frattanto le ricerche alle quali dobbiamo applicarci:

1.° Peso morto corrispondente a ciascuna unità di peso utile;

2.° Peso utile morto e lordo corrispondente all' unità di entrata lorda chilometrica, tenuto conto della percorrenza media, e della tara corrispondente al movimento a vuoto;

3.° Peso utile morto e lordo corrispondente all' unità di prodotto, per ognuna delle tre categorie del servizio dei trasporti;

4.° Determinazione pratica del rapporto del peso morto al peso utile;

5.° Altre espressioni del peso morto e del peso utile per ogni unità di prodotto lordo chilometrico;

6.° Nuova determinazione delle spese elementari contemplate nel § 7 del Capitolo precedente.

7.° Numero di convogli corrispondenti ad un determinato prodotto lordo chilometrico, e ad una determinata sua ripartizione.

§ 1.°

PESO MORTO CORRISPONDENTE A CIASCUNA UNITA' DI PESO UTILE.

Denominiamo

P_m il peso di una carrozza o di un carro vuoti,
P_u il peso utile massimo che possono contenere,
ρ il rapporto del peso morto al peso utile,

per ciascuna classe di carrozze e di carrí: avremo

$$\rho = \frac{P_m}{P_u}:$$

il rapporto ρ denota quindi il peso morto corrispondente all' unità di peso utile, onde sarà sufficiente moltiplicare un peso utile dato pel corrispondente valore di ρ, affine di ottenere il peso morto strettamente necessario a remorchiare una data quantità e specie di peso utile.

I valori di P_m e di P_u sono diversi per le diverse specie dei veicoli destinati ad un servizio ferroviario. Ecco frattanto un prospetto che contiene i valori medii di P_m e di P_u, ed il valore corrispondente di ρ, valutato per mezzo della formola precedente:

PROSPETTO

Del peso medio dei veicoli, del peso utile corrispondente e del loro rapporto.

	Categorie e classi del servizio	Peso del veicolo in tonellate.	Peso utile corr. in tonellate.	Rapporto ρ.
Grande Velocità	Viaggiatori 1.a Classe . .	5,240	1,440	3,639
	» 2.a » . .	6,200	2,400	2,563
	» 3.a » . .	6,000	3,000	2,000
	Bagagli	6,000	4,000	1,500
	Merci.	4,580	6,666	0,600
	Carrozze.	4,580	0,570	7,000
	Cavalli	4,580	4,000	1,000
	Cani	4,580	2,667	1,500
	Bestiame grosso	4,580	8,000	0,500
	» piccolo	4,580	8,000	0,500
	Trasporti militari. . . .	4,580	6,667	0,600
Piccola Velocità	Merci 1.a Classe	4,580	6,000	0,667
	» 2.a »	4,580	6,667	0,600
	» 3.a »	4,580	6,667	0,600
	» 4.a »	4,580	8,000	0,500
	» 5.a »	4,580	8,000	0,500
	Tariffe speciali	4,580	8,000	0,500
	Carrozze.	4,580	0,570	7,000
	Trasporti militari. . . .	4,580	6,667	0,600

I numeri della prima colonna sono i valori medii del peso dei veicoli, quali ordinariamente vengono introdotti nel servizio; i numeri della seconda colonna li abbiamo determinati in seguito ad inchieste speciali fatte presso diversi ufficii dei trasporti, intorno alle quali, senza che ne avessimo alcun titolo, siamo stati onorati di cortesi e soddisfacenti informazioni: come poi i numeri della terza colonna provengano dai corrispondenti delle prime lo abbiamo precedentemente veduto.

§ 2.°

PESO UTILE, MORTO E LORDO CORRISPONDENTE ALL' UNITA' DI ENTRATA LORDA CHILOMETRICA, TENUTO CONTO DELLA PERCORRENZA MEDIA E DELLA TARA CORRISPONDENTE AL MOVIMENTO A VUOTO.

Il peso utile, trasportato per ogni unità di entrata lorda chilometrica dipende necessariamente dalla quota che per ogni chilometro percorso paga ciascuna determinata specie di peso utile: il peso morto poi non è in relazione soltanto col valore di ρ determinato nel § precedente per ciascuna specie di veicoli, ma anche colla percorrenza media di ciascuna tonellata di peso utile, e colla tara dovuta al movimento a vuoto, che ha luogo ogni qualvolta un veicolo è disposto per la partenza o trovasi per via, senza che abbia raggiunto il *maximum* del carico.

Sieno dunque

T la tassa chilometrica del trasporto di una tonellata di peso utile di determinata specie,

K l' eccesso dell' unità sulla frazione di via corrispondente alla percorrenza media,

K' la frazione del peso morto che, dipendentemente dalla percorrenza media, è necessario pel trasporto del peso utile, per ogni unità di prodotto lordo; frazione rappresentante la tara dovuta al movimento a vuoto per difetto di carico.

p_u il peso utile, p_m il peso morto, p_l il peso lordo — corrispondenti rispettivamente all'unità del prodotto lordo,

e conserviamo a ρ il significato precedentemente attribuitogli.

Abbiamo senza difficoltà il peso utile, relativo all' unità di prodotto lordo, definito dall' equazione

$$p_u = \frac{1}{T}.$$

Il peso morto in veicoli, strettamente necessario per contenere il peso utile p_u sarebbe

$$\rho\, p_u$$

ossia

$$\frac{\rho}{T};$$

sieno frattanto

E la lunghezza della linea,
E′ la percorrenza media del peso p_u; la parte

$$E - E'$$

della linea sarà percorsa a vuoto dalla parte del veicolo corrispondente a p_u, e la totalità del peso morto a vuoto corrispondente ad E — E′ chilometri, ripartita egualmente su ciascuno degli E chilometri, sarà espressa dalla frazione

$$\frac{E - E'}{E} = 1 - \frac{E'}{E},$$

che è precisamente la quantità denotata sopra con K.

Il peso morto strettamente necessario pel trasporto del peso utile p_u, dipendentemente dalla percorrenza media, è dunque

$$(1 + K)\frac{\rho}{T}.$$

Avvi tuttavia a considerare la tara del peso morto corrispondente ai percorsi a vuoto per difetto di carico alla partenza, pei movimenti a vuoto nelle stazioni ecc.; la frazione del peso precedente che determina questo aumento del peso morto corrispondente al peso utile p_u abbiamo detto denotarla con K′: sarà dunque il peso morto effettivo corri-

le differenze dei coefficienti si cumulavano con gli errori e non potevano servir di base ad un calcolo. Abbiamo in ultimo posto

$$x = y = u = v,$$

e col metodo dei minimi quadrati abbiamo ottenuto come valore di x di massima probabilità

$$x = 0{,}014909.$$

Questa spesa, che denoteremo con t non subisce alcuna modificazione rispetto al peso utile; ma riguardo al peso morto deve essere per ciascuna specie di veicoli aumentata delle spese di manutenzione: diviene quindi per

Carrozze di 1.a Classe,	per	ton. L.	0,02567
» 2.a »	»	»	0,02017
» 3.a »	»	»	0,01735
Carri bagagliai	»	»	0,01643
» Merci	»	»	0,01778.

Vediamo di tener conto dell' interesse e dell' ammortizzazione delle spese d' acquisto delle carrozze e dei carri.

Non abbiamo dati sufficienti nel determinare in una maniera assoluta la percorrenza media annua di un carro o di una carrozza: non erriamo tuttavia di gran lunga se la fissiamo a

Chilometri 25000:

il costo delle carrozze e dei carri è di L. 2000 per tonnellata per le carrozze di 1.ª Classe, e di 1000 per tutti li altri veicoli: riteniamo eguale a $^1/_{10}$ del costo, la quota che rappresenta l' interesse e l' ammortizzazione; questa quota

riferita al Chilometro di percorrenza ed al costo corrispondente al veicolo è

Carrozze Viaggiatori di 1.a Classe	L. 0,00800
Veicoli rimanenti	» 0,00400

Le precedenti spese, per unità di peso del peso morto, divengono quindi:

Carrozze di 1.a Classe	L. 0,03367
» 2.a »	» 0,02417
» 3.a »	» 0,02135
Carri bagagliai	» 0,02043
» Merci	» 0,02178

denoteremo in seguito queste spese con la lettera t'.

Compariamo frattanto i risultati della Pag. 610 con quelli che si ottengono applicando le precedenti cifre medie al convoglio medio della Rete lombarda e italo-centrale; otteniamo facilmente, esclusi l' interesse e l' ammortizzazione del costo del materiale mobile, il seguente prospetto:

Categorie e Classi.	Peso morto.	Peso utile.	Peso totale.
Viaggiatori 1.a Classe	L. 0,10974	0,00345	0,11319
» 2.a »	» 0,19474	0,01668	0,21142
» 3.a »	» 0,20567	0,03213	0,23780
Totale Viaggiatori	L. 0,51015	0,05226	0,56241
Bagagli	L. 0,14179	0,00466	0,14645
Merci G. V.	» 0,06168	0,01809	0,07976
Merci P. V.	» 0,54911	0,29155	0,85060
Totale merci	L. 0,75260	0,31429	1,06689.

Se dividiamo le spese totali

0,56241
1,06689

per 29 $^1/_5$ ton. Viaggiatori la prima
» 58 $^2/_5$ » Merci la seconda,

abbiamo

Spesa media per ton. Viaggiatori	L. 0,0192
» » Merci	» 0,0182

Le formole date sopra si riferiscono all' unità di prodotto lordo: dobbiamo non pertanto determinare il peso utile, morto e lordo per le frazioni di unità relative a ciascuna classe delle tre specie di servizio.

§ 3.°

PESO MORTO, UTILE E LORDO CORRISPONDENTI ALL' UNITA' DI PRODOTTO PER OGNUNA DELLE TRE CATEGORIE VIAGGIATORI, MERCI A G. V. E MERCI A P. V.

Sieno

p'_u il peso utile,
p'_m il peso morto,
p'_t il peso totale,

correlativi questi pesi ad una delle classi componenti una medesima categoria del servizio dei trasporti, e ritenuto che il peso utile totale di questa categoria corrisponda all' unità di entrata lorda.

K″ la frazione dell' unità di entrata lorda, corrispondente alla medesima classe: avremo

$$p'_u = K'' p_u = \frac{K''}{T}$$
$$p'_m = K'' p_m = \frac{K''(1+K)(1+K')\rho}{T}$$
$$p'_t = K'' p_t = \frac{K'' \{1+\rho(1+K)(1+K')\}}{T}.$$

Il valore di K″ desunto per ciascuna classe del servizio trasporti dalla Statistica della rete Italo-centrale è dato dal prospetto della pag. 624: quindi i valori

$$p'_u \quad p'_m \quad p'_t$$

per ciascuna classe delle tre categorie del servizio trasporti e per ogni unità di prodotto lordo relativa alla medesima categoria sono dati dal quadro che segue.

PROSPETTO

Dei pesi utile, morto e lordo corrispondenti all' unità di entrata chilometrica, per ognuna delle tre categorie di servizio.

Natura del servizio.	Classi.	Peso utile.	Peso morto.	Peso totale.
Viaggiatori	1.a Classe . . .	0,0614	0,5297	0,5911
	2.a » . . .	0,3038	1,9613	2,2651
	3.a » . . .	0,3673	2,0019	2,3692
	Militari	0,1962	0,8141	1,0103
	Tariffe speciali. .	0,0167	0,0832	0,0999
	Totale . . .	0,9454	5,3902	6,3356
Merci G. V.	Bagagli	0,5238	2,4552	2,9790
	Merci	1,2619	2,2712	3,5331
	Carrozze	0,0097	0,1980	0,2077
	Cavalli	0,1714	0,5142	0,6856
	Cani	0,0024	0,0125	0,0149
	Bestiame grosso .	0,4444	0,7407	1,1851
	» piccolo .	0,2143	0,3570	0,5713
	Trasporti militari .	0,0909	0,1497	0,2406
		2,7188	6,6985	9,4173
Merci P. V.	Merci 1.a Classe .	0,6857	0,9650	1,6507
	2.a	0,7051	0,8815	1,5866
	3.a	0,8088	1,0248	1,8336
	4.a	1,5385	1,6240	3,1625
	5.a	3,1944	3,3720	6,5664
	Tariffe speciali. .	2,8947	3,1359	6,0306
	Carrozze	0,0174	0,2030	0,2204
	Trasporti militari .	0,3390	0,3390	0,6780
		10,1836	11,5452	21,7288

Quale confidenza meritano le cifre complessive di questo quadro, sulle quali dovrebbe esser basata l' applicazione della teoria che esporremo in seguito? È questa un' essenziale domanda cui risponderemo nei paragrafi che seguono, i quali debbono considerare la questione sotto un punto di vista meno deduttivo.

§ 4.°

DETERMINAZIONE PRATICA DEL RAPPORTO DEL PESO MORTO AL PESO UTILE.

Affine di rispondere direttamente alla domanda che ora ci siamo fatta sarebbe d'uopo che la statistica della rete Lombarda e Italo-centrale contenesse il numero dei *veicolo-chilometri* delle diverse specie, corrispondenti all' esercizio 1862-63: questo dato spiacevolmente manca; e come ci vien fornito dalla statistica delle ferrovie dello Stato per l'esercizio 1862, ci è sembrato che il rapporto del peso morto al peso utile, lo si potesse desumere da questa statistica, la quale ci ha condotti a discovrire che il medesimo rapporto non è costante, come lo abbiamo supposto nei precedenti paragrafi; ed in generale decresce col crescer del prodotto lordo chilometrico relativo alla categoria o classe di servizio cui tal rapporto è attinente.

Abbiamo adoperato bene spesso l' espressione *convoglio medio*, e crediamo che la si comprenda facilmente da chi possiede le più elementari nozioni intorno al servizio delle ferrovie: non pertanto affinchè non rimanga alcun dubbio la definiamo qui.

Un servizio ferroviario si compone generalmente di tre specie diverse di convogli, come abbiamo già detto altrove.

Convogli a grande velocità
» misti
» merci.

Ora il convoglio medio di che parliamo non rientra in alcuna delle dette tre specie di convogli, ma è invece il convoglio

che si otterrebbe quando conservando sempre invariato il numero totale dei convogli, ciascun convoglio si componesse di parti di convoglio delle tre specie, parti proporzionali in peso morto ed utile, al peso morto ed al peso utile totali, per classe e categoria del servizio dei trasporti.

Come altresi per locomotiva media intendiamo una locomotiva fittizia, che in peso effettivo e rispetto al peso aderente fosse composta di parti proporzionali alla totalità del peso e del peso aderente impiegato nel trainamento dei convogli.

Premesso questo, ecco come dalla statistica delle ferrovie dello Stato abbiamo desunto il rapporto del peso morto al peso utile.

Sieno

N il numero dei *carro-chilometri* relativi ad una classe di servizio, per es. alla 1.a classe Viaggiatori.

TE il numero delle tonellate chilometri relative alla stessa classe, numero che si ottiene moltiplicando il numero

T delle tonellate effettive per quello

E che definisce la percorrenza media; i quali numeri rispettivamente la statistica somministra:

Δ il numero dei convoglio-chilometri totali.

P il peso medio di una carrozza o di un carro.

R il rapporto del peso morto al peso utile.

Il peso morto ed il peso utile, che rispetto alla caratterizzata classe o categoria del servizio trasporti, fanno parte del convoglio medio sono

$$\frac{PN}{\Delta} \qquad \frac{TE}{\Delta}:$$

il rapporto R è dunque definito da

$$R = \frac{PN}{TE}.$$

Abbiamo applicato questa formola a 6 tracciati ferroviarii diversi, appartenenti allo Stato, cioè:

1.° Alla linea Genova-Torino.
2.° Alla rete composta delle rimanenti linee dello Stato.
3.° Alla rete totale dello Stato.
4.° Alla linea Alessandria-Arona.
5.° » Mortara-Vigevano.
6.° » Torino-Pinerolo.

Cercando in tal maniera d' intercalare linee che presentano prodotti chilometrici diversi dal massimo al minimo.

Ecco frattanto il prospetto dei risultati di questo calcolo.

QUADRO

Del peso morto e del peso utile, per categorie e per classi, del convoglio medio di diverse ferrovie.

	LINEE	Peso morto. Ton.	Peso utile. Ton.	Prodotto chil. Lire	Rapp. $\frac{\text{Peso morto}}{\text{Peso utile}}$
Viaggiat. 1.ª Classe	Genova-Torino	3,3964	0,2363	3753	14,37
	Rete dello Stato . . .	3,6974	0,1769	1470	20,95
	Alessandria-Arona. . .	2,3315	0,1131	896	20,61
	Rete dello Stato esclusa Genova-Torino . . .	3,9622	0,1238	735	32,00
	Torino-Pinerolo . . .	5,7397	0,2492	911	23,03
	Mortara-Vigevano . . .	1,8506	0,0313	158	59,13
Viaggiat. 2.ª Classe	Genova-Torino. . . .	8,3244	1,0803	11952	7,69
	Rete dello Stato . . .	7,8673	0,8937	5246	8,80
	Alessandria-Arona. . .	6,5312	0,6882	3823	9,49
	Rete dello Stato esclusa la linea Genova-Torino	7,4855	0,7296	3099	10,26
	Torino-Pinerolo . . .	11,4659	1,1466	2843	10,85
	Mortara-Vigevano . . .	4,3772	0,3044	1128	14,38

	LINEE	Peso morto. Ton.	Peso utile. Ton.	Prodotto chil. Lire	Rapp. $\frac{\text{Peso morto.}}{\text{Peso utile.}}$
Viaggiat. 3.ª Classe	Genova-Torino	9,3930	2,0897	11741	4,495
	Rete dello Stato . . .	12,2356	2,3204	7080	5,273
	Alessandria-Arona . . .	9,8306	1,9028	6158	5,166
	Rete dello Stato esclusa Genova-Torino . . .	14,7354	2,5234	5587	5,839
	Torino-Pinerolo . . .	27,9690	4,7347	6600	5,907
	Mortara-Vigevano . . .	6,1784	0,7018	1574	8,803
Bagagli	Genova-Torino	6,4023	0,3502	1431	18,280
	Rete dello Stato . . .	6,3807	0,2724	594	23,424
	Alessandria-Arona . . .	5,3475	0,2048	426	26,114
	Rete dello Stato esclusa Genova-Torino . . .	5,9949	0,2021	326	29,500
	Torino-Pinerolo . . .	5,8609	0,1314	191	44,590
	Mortara-Vigevano . . .	6,2659	0,0496	92	126,442
Merci G. V.	Genova-Torino	2,4113	0,8787	3683	2,74
	Rete dello Stato . . .	2,5917	0,9038	1634	2,87
	Alessandria-Arona . . .	3,1814	0,7742	1281	2,97
	Rete dello Stato esclusa Genova-Torino . . .	2,7504	0,9259	978	.
	Torino-Pinerolo. . . .	0,2145	0,8811	634	.
	Mortara-Vigevano . . .	0,1205	0,2439	499	.
Merci P. V.	Genova-Torino	48,8589	32,1361	33242	1,52038
	Rete dello Stato . . .	32,7621	23,2450	12526	1,40942
	Alessandria-Arona. . .	31,1543	24,9660	11806	1,29090
	Rete dello Stato esclusa Genova-Torino . . .	18,6075	15,4266	6031	1,20619
	Torino-Pinerolo. . . .	22,6562	14,8611	2934	1,52453
	Mortara-Vigevano . . .	5,4264	3,0926	1588	1,5529

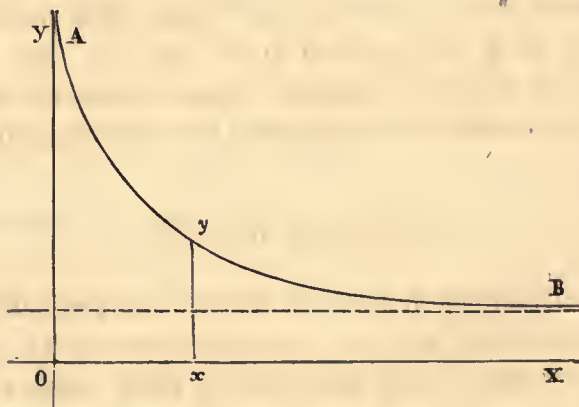
Nel quadro precedente il servizio merci non figura diviso in Classi per la ragione che nella statistica non appare distinto nelle diverse classi il materiale rotabile impiegato nello stesso servizio.

Ecco frattanto le considerazioni alle quali siamo chiamati dall' esame del quadro stesso:

1.° Il rapporto del peso morto, al peso utile per ciascuna classe e categoria del servizio trasporti, cresce col decrescere del prodotto chilometrico correlativo.

2.° Alla regola precedente fa eccezione il servizio merci a piccola velocità, pel quale il medesimo rapporto sembra decrescere col decrescere del prodotto lordo fino a un certo limite, al quale presenta un *minimum*, ed oltre il quale torna a crescere: ciò forse è spiegato dal fatto che nelle linee, le quali presentano minor prodotto lordo nel servizio merci a P. V., da una parte si compongono convogli misti soltanto, e dall'altra i rilassi nei magazzini sono relativamente maggiori; le quali cose concedono che vengano meglio caricati i carri: ma quando il prodotto lordo discende oltre un certo limite, il difetto di merci per la composizione dei convogli torna ad essere sensibile, ed il rapporto del peso morto al peso utile torna a crescere.

Il rapporto del peso morto al peso utile non è quindi costante.

Immaginiamo il rapporto stesso rappresentato dall'ordinata xy di una curva piana AB corrispondente all'ascissa Ox, la quale rappresenti il prodotto lordo chilometrico correlativo:

di mano in mano che Ox cresce, xy, in generale decrescente, deve tendere verso un certo limite maggiore di zero, perocchè per un prodotto lordo estremamente grande il peso

utile trasportato per carrozza o per carro sarà tutto quello necessario pel carico completo: OX deve dunque essere una parallela ad una retta, specie di asintoto della curva. Inoltre se il prodotto lordo decresce e tende verso zero, il rapporto del peso morto al peso utile cresce oltre ogni limite, quando il servizio correlativo non tenda a cessare; onde la retta OY, parallela alle ordinate della curva AB, dovrà essere essa stessa una specie di asintoto della medesima curva.

La curva AB avrebbe quindi una forma iperbolica, e se fosse effettivamente un' iperbole di 2.° grado, la relazione tra il rapporto R del peso morto al peso utile ed il prodotto lordo chilometrico totale S dovrebbe essere della forma

$$R = A + \frac{B}{KS} \quad (1)$$

ove K è la frazione, che indica la parte di prodotto lordo chilometrico correlativo alla categoria o classe del servizio cui il rapporto R si riferisce, ed A e B sono quantità da determinarsi.

La forma (1) la assumiamo nell' ipotesi della decrescenza indefinita di R col crescere di KS; ma nel caso che R presenti un *minimum*, come ha luogo rispetto alle merci a P. V. sembrerebbe che alla forma (1) dovesse costituirsi la forma

$$R = AKS + B + \frac{C}{KS}:$$

tuttavia il rapporto R in quest' ultimo caso presenta variazioni piccolissime per assai grandi differenze di KS, onde lo si può riguardare come eguale ad un valore medio costante

$$R = A, \quad (2)$$

sostituendo così una linea retta alla specie di ramo iperbolico.

Assumiamo dunque il rapporto R come rappresentato dalle forme (1) o (2) ed ammettiamo che A e B sieno costanti. Per verità, se la prima ipotesi non si allontana molto dai dati dell' osservazione, in quanto però alle costanti A e B ne sembrerebbe che dovessero sentire l' influenza della percorrenza media su ciascuna linea separatamente; in altri termini che dovessero essere funzioni della percorrenza media.

Supponiamo per esempio una ferrovia della lunghezza di 100 chilometri; riteniamo un quantitativo di 100000 Viaggiatori di 3.ª classe per es., e riguardiamo come unità il rapporto del peso morto al peso utile nell' ipotesi che tutti i Viaggiatori percorrano l' intera linea: se si avessero al contrario 400000 Viaggiatori, ognuno dei quali percorresse 25 chilometri, e così

100000 Viaggiatori i primi 25 chilometri
100000 » i secondi »

ecc., è manifesto che può non variare il rapporto del peso morto al peso utile, rimanere cioè eguale ad 1 senza che la regolarità del servizio venga a soffrirne: A e B sarebbero effettivamente costanti.

Supponiamo invece che i 400000 Viaggiatori partano tutti da un capo linea, e percorrano i primi 25 chilometri, rimanendo vuote le carrozze per i 75 chilometri rimanenti: qui quantunque il movimento sia lo stesso che nei casi precedenti, cioè quantunque rimanga invariato il prodotto chilometrico medio correlativo, il rapporto del peso morto al peso utile diviene più che quadruplo di quello relativo ai casi precedenti, e la percorrenza media avrà effettivamente influito sulle costanti A e B.

Fissiamo frattanto qual' è l' importanza, qual' è il peso di ognuna di queste tre ipotesi: della prima e dell' ultima l' importanza è minima, perocchè sono due casi che non si

verificano giammai sopra una linea di definito traffico: quindi se A e B non sono in una maniera assoluta indipendenti dalla percorrenza media, non pertanto l' errore che commetteremo riguardandole come costanti sarà lungamente attenuato dal tener conto dei risultati medii dell' osservazione.

Per determinare le costanti

A e B

ci siamo serviti del metodo dei quadrati minimi, assegnando a ciascuna delle linee del quadro precedente un peso proporzionale al prodotto lordo chilometrico correlativo, per ciascuna categoria e classe del servizio dei trasporti: il prospetto che segue contiene i valori cui siamo pervenuti.

Prospetto dei valori delle costanti A *e* B.

Categorie del servizio	Classi	*A*	*B*
Viaggiatori	1.ª	11,87	10509
»	2.ª	6,90	9730
»	3.ª	3,93	9188
Bagagli	»	12,87	6881
Merci G. V.	»	2,66	322
Merci P. V.	»	1,48	0

Se con le formole (1) e (2), e coi valori numerici di A e di B che presentiamo, determiniamo i valori di R correlativi alle diverse specie del servizio sulla rete Italo-centrale troviamo:

Viaggiatori 1.a Classe	R =	18,45 [1]
» 2.a »	»	8,63
» 3.a »	»	5,50
Bagagli	»	27,59
Merci G. V.	»	2,86
» P. V.	»	1,48

[1] I valori di *K* che sono stati adoperati per la valutazione dei rispettivi rapporti R sono stati desunti con particolare cura dai resoconti parziali della statistica: essi sono rispettivamente

0,0712   0,251   0,261   0,021   0,071   0,308

questi medesimi rapporti, desunti dal prospetto col quale termina il § precedente, sarebbero:

Viaggiatori	1.a Classe	. . . . .	R = 8,63
»	2.a	»	» 8,45
»	3.a	»	» 5,00
Bagagli	. . . .		» 4,69
Merci G. V.	. . . .		» 1,84
» P. V.	. . . .		» 1,13.

Questi, come vedesi, ed alcuni in ispecie, presentano sensibili differenze con quelli valutati per via della formola

$$R = A + \frac{B}{KS},$$

la quale, avuto riguardo alle considerazioni, ed alle valutazioni numeriche che hanno servito a stabilirla, merita secondo noi la preferenza.

Ci rimane un'osservazione a fare in ordine al rapporto R. Abbiamo supposto che le diverse specie di veicoli avessero un peso determinato; ma potrebbe avvenire che nei diversi casi questo peso fosse diverso: chiamato dunque λ il rapporto del peso dei veicoli relativi a un dato servizio al peso da noi assunto come proprio dei medesimi, avremo sempre

$$R = \lambda \left\{A + \frac{B}{KS}\right\}$$

la quale sarà la definitiva formola del rapporto del peso morto al peso utile.

§ 5.°

PESO MORTO E PESO UTILE PER UNITA' DI PRODOTTO LORDO CHILOMETRICO.

Sieno

p_u il peso utile per unità di prodotto lordo,
p_m il peso morto corrispondente:

avremo

$$p_m = R p_u$$

e la questione riducesi quindi alla determinazione di p_u.

Abbiano dunque T ed E il significato loro attribuito nel paragrafo precedente, e sia

Σ il prodotto lordo parziale correlativo alla classe di peso utile, cui p_u si riferisce:

abbiamo evidentemente

$$p_u = \frac{TE}{\Sigma}.$$

Applicata questa formola, dapprima separatamente alle reti dello Stato e della Lombardia, e quindi alla rete complessiva delle ferrovie dell'Italia superiore, ottenemmo i valori di p_u dati dal quadro seguente.

Peso utile corrispondente all' unità di prodotto lordo.

Categorie e Classi.	Rete dello Stato.	Rete Lombarda.	Rete Italia superiore.
Viaggiatori 1.a Classe	0,6051	0,5160	0,5600
» 2.a »	0,8570	0,7057	0,7809
» 3.a »	1,6487	1,3102	1,5006
Bagagli	2,3053	2,3732	2,3321
Merci G. V.	2,7821	2,7094	2,7473
Merci P. V.	9,2597	10,0622	9,5326.

Abbiamo frattanto

$$p_m = Rp_u = \lambda \left\{ Ap_u + B\frac{p_u}{KS} \right\},$$

e posto

$$Ap_u = a \quad Bp_u = b$$

la formola che servirà a valutare il peso morto per lira di entrata sarà

$$p_m = \lambda \left\{ a + \frac{b}{KS} \right\}.$$

Nei nostri studi, che hanno per iscopo un apprezzamento medio preventivo di un esercizio ferroviario, abbiamo creduto conveniente valutare a e b coi valori di p_u relativi alla rete dell' Italia superiore, ed abbiamo ottenuto

Categorie e Classi	a	b
Viaggiatori 1.a Classe	6,6456	5871
» 2.a »	5,3925	7599
» 3.a »	5,8960	13786
Bagagli	30,0075	16048
Merci G. V. . . .	7,3018	886
Merci P. V. . . .	14,0873	0

I valori di p_u e di p_m sono stati determinati relativamente alle attuali tariffe dei trasporti: supponiamo frattanto che le tariffe possano variare, e chiamiamo

μ il rapporto della tariffa attuale alla nuova per una determinata classe e categoria del servizio.

P_u il peso utile } per ogni lira di entrata rispetto
P_m il peso morto } allo stesso servizio:

avremo

$$P_u = \mu p_u$$
$$P_m = \mu\lambda \left(a + \frac{b}{\mu KS} \right)$$

Il peso totale P_t per ogni unità di prodotto lordo sarà quindi

$$P_t = P_m + P_u = \mu \{p_u + \lambda a + \frac{b\lambda}{\mu KS}\}$$

ove il valore di p_u deve essere desunto dalla 3.ª colonna del quadro della pag. 643.

Convoglio medio sulla rete Italo-centrale. Le formole identiche alle precedenti, ma riferite ai valori di p_u della 2.ª colonna, definiranno il peso utile, il peso morto ed il peso totale per unità di prodotto lordo sulla Rete lombarda e italo-centrale; non ci soffermeremo a determinare i valori di a e di b corrispondenti, ma tenuto conto dei valori di R e di p_u relativi alla rete della Lombardia e dell' Italia centrale (pag. 641 e 643), si ottiene facilmente il peso morto per unità di prodotto lordo quale viene indicato nel seguente prospetto:

Classi e Categorie.	Peso morto per unità di prodotto lordo.
Viaggiatori 1.a Classe	9,5195
» 2.a »	6,0922
» 3.a »	7,2068
Bagagli	65,4609
Merci G. V.	7,7500
Merci P. V.	15,8920.

Ora l' entrata per convoglio medio sulla rete Lombarda, nell' anno 1863, fu di L. 6,3089 così ripartita:

Categorie e Classi	Parti del prod. l. del Conv. medio.
Viaggiatori 1.a Classe	L. 0,4491
» 2 a »	» 1,5848
» 3.a »	» 1,6449
Bagagli	» 0,1318
Merci G. V.	» 0,4476
Merci P. V.	» 1,9434
Prodotti diversi	» 0,1073,

quindi il peso utile, morto e lordo del Convoglio sono dati nelle loro parti dal quadro che segue:

Categorie e Classi.	Peso morto.	Peso utile.	Peso totale.
Viaggiatori 1.a Classe.	4,2750	0,2317	4,5067
» 2.a . . .	9,6552	1,1185	10,7737
» 3.a » . .	11,8546	2,1553	14,0099
Totale Viaggiatori . .	25,7848	3,5055	29,2903
Bagagli.	8,6301	0,3129	8,9430
Merci G. V.	3,4691	1,2128	4,6819
Merci P. V.	30,8845	19,5556	50,4401
Totale Merci	42,9837	21,0813	64,0650
Totale Conv. medio. .	68,7685	24,5868	93,3553

Quadro dal quale emerge che il peso del convoglio medio sulla Rete lombarda e italo-centrale fosse di 94 tonellate scarse nell'anno 1863, e che nel medesimo convoglio il rapporto del peso lordo merci al peso lordo Viaggiatori è circa 2, come abbiamo ritenuto nei precedenti capitoli. Siccome la quotità del convoglio medio ora determinata deve servirci a determinare i diversi elementi della spesa media per tonellata, così abbiamo ridotto il convoglio medio ad 88 tonellate, affine di evitare gli errori in meno nella valutazione dei medesimi elementi.

Sia in generale s l'entrata relativa ad uno o più convogli del quale o dei quali insieme vogliansi valutare nelle diverse parti i pesi utile, morto e lordo, e chiamiamo

$$P'_u \quad P'_m \quad P'_t$$

questi pesi relativi ad una determinata categoria e classe dei trasporti: sia Ks l'entrata lorda chilometrica annua correlativa, ove K ed s, abbiano il significato loro rispettiva-

mente attribuito fin qui: i pesi ora indicati saranno rispettivamente definiti dalle formole

$$P'_u = Ks\,P_u = \mu K p_u s$$
$$P'_m = Ks\,P_m = \lambda \mu s\left(aK + \frac{b}{\mu s}\right)$$
$$P'_t = Ks\,P_t = \mu s\left\{(p_u + \lambda a)K + \frac{b\lambda}{\mu s}\right\}.$$

Sono queste le espressioni delle quali avremo a servirci in seguito.

§ 6.°

NUOVA DETERMINAZIONE DELLE SPESE ELEMENTARI CONTEMPLATE AL § 6 DEL CAP. II.

Proponiamoci frattanto di determinare le spese d' esercizio per tonellata-chilometro indipendenti da quelle del motore: abbiamo già tentata questa ricerca al § 6 del Cap. II, e rinnuovandola qui ci sarà permesso distinguere le medesime spese a seconda delle diverse classi del servizio dei trasporti.

La statistica della rete dello Stato dà le spese di manutenzione delle diverse specie di veicoli, le quali spese riferite al peso sono

Categorie e Classi.	Spesa di manut. Veicoli per ton.
Viaggiatori 1.a Classe	0,0108
» 2.a »	0,0053
» 3.a »	0,0025
Bagagli	0,0015
Merci G. e P. V.	0,0029

Sieno

$$T_1 \; T_2 \; T_3 \; T_4 \; T_5 \; T_6$$

le diverse parti del peso morto del convoglio medio su di una linea ferroviaria;

$$t_1 \; t_2 \; t_3 \; t_4 \; t_5 \; t_6$$

le parti corrispondenti di peso utile, e poniamo

$O_1 = T_1 + T_2 + T_3$ peso morto viaggiatori
$O_2 = T_4 + T_5 + T_6$ peso morto merci
$\theta_1 = t_1 + t_2 + t_3$ peso utile viaggiatori
$\theta_2 = t_4 + t_5 + t_6$ peso utile merci
$O = O_1 + O_2$ peso morto totale
$\theta = \theta_1 + \theta_2$ peso utile totale
T peso totale del convoglio medio.

Sieno ancora

Σ le spese totali d' esercizio per convoglio medio e per chilometro. Deduciamo da Σ:

1.° La spesa chilometrica del motore progrediente a vuoto su linea orizzontale.

2.° La spesa chilometrica di trazione $m\,T$.

3.° La spesa chilometrica di manutenzione dei veicoli.

4.° La spesa chilometrica di manutenzione della via per la deteriorazione prodotta dal motore:

chiamiamo quindi

Σ_1, ciò che rimane di Σ dopo le sottrazioni indicate,

x la spesa per chilometro e per tonellata del peso morto viaggiatori e rientrante in Σ_1,

y la stessa spesa relativa al peso morto merci,

u la medesima spesa relativa al peso utile viaggiatori,

v la medesima spesa relativa al peso utile merci:

dovremo avere

$$0_1 x + 0_2 y + 0_1 u + 0_2 v = \Sigma_1,$$

ove

$$x \quad y \quad u \quad v$$

sono le incognite da determinarsi.

Abbiamo costrutto numericamente la precedente equazione per le sei linee facienti parte della Rete dello Stato, le quali ci hanno servito a determinare il rapporto R, non che per quelle della Rete lombarda e italo-centrale: tra le linee dello Stato abbiamo tuttavia eliminato il tratto da Pontedecimo a Busalla; inoltre per mancanza di dati nelle statistiche abbiamo supposto che il motore in servizio, compreso il suo carro, fosse di un peso medio di 46 tonellate.

Assegnato quindi a ciascuna equazione un peso proporzionale al prodotto lordo chilometrico medio corrispondente, ed operando col metodo dei quadrati minimi, abbiamo cercato di determinare le quattro equazioni che dovevano condurre ai valori di massima probabilità delle incognite; ma, come presentivamo, le quattro equazioni sono riuscite presso a poco identiche, nè era possibile determinare le incognite per mezzo delle medesime. Abbiamo detto come presentivamo, perocchè la spesa Σ_1, a parità di peso lordo rimorchiato, riducendosi al servizio delle stazioni ed alla manutenzione e sorveglianza della via, si riparte con molta approssimazione proporzionalmente al peso e non per categorie. Tuttavia abbiamo supposto

$$x = u \qquad y = v,$$

e cercato con lo stesso metodo di determinare se era possibile i valori diversi di massima probabilità per x e per y; ma siamo nuovamente caduti in equazioni pressochè identiche;

le differenze dei coefficienti si cumulavano con gli errori e non potevano servir di base ad un calcolo. Abbiamo in ultimo posto

$$x = y = u = v,$$

e col metodo dei minimi quadrati abbiamo ottenuto come valore di x di massima probabilità

$$x = 0,014909.$$

Questa spesa, che denoteremo con t non subisce alcuna modificazione rispetto al peso utile; ma riguardo al peso morto deve essere per ciascuna specie di veicoli aumentata delle spese di manutenzione: diviene quindi per

Carrozze di 1.a Classe,	per	ton.	L.	0,02567
» 2.a »	»		»	0,02017
» 3.a »	»		»	0,01735
Carri bagagliai	»		»	0,01643
» Merci	»		»	0,01778.

Vediamo di tener conto dell' interesse e dell' ammortizzazione delle spese d' acquisto delle carrozze e dei carri.

Non abbiamo dati sufficienti nel determinare in una maniera assoluta la percorrenza media annua di un carro o di una carrozza: non erriamo tuttavia di gran lunga se la fissiamo a

Chilometri 25000:

il costo delle carrozze e dei carri è di L. 2000 per tonnellata per le carrozze di 1.ª Classe, e di 1000 per tutti li altri veicoli: riteniamo eguale a $^1/_{10}$ del costo, la quota che rappresenta l' interesse e l' ammortizzazione; questa quota

riferita al Chilometro di percorrenza ed al costo corrispondente al veicolo è

Carrozze Viaggiatori di 1.a Classe	L. 0,00800
Veicoli rimanenti	» 0,00400

Le precedenti spese, per unità di peso del peso morto, divengono quindi:

Carrozze di 1.a Classe	L. 0,03367
» 2.a »	» 0,02417
» 3.a »	» 0,02135
Carri bagagliai	» 0,02043
» Merci	» 0,02178

denoteremo in seguito queste spese con la lettera t'.

Compariamo frattanto i risultati della Pag. 610 con quelli che si ottengono applicando le precedenti cifre medie al convoglio medio della Rete lombarda e italo-centrale; otteniamo facilmente, esclusi l' interesse e l' ammortizzazione del costo del materiale mobile, il seguente prospetto:

Categorie e Classi.	Peso morto.	Peso utile.	Peso totale.
Viaggiatori 1.a Classe	L. 0,10974	0,00345	0,11319
» 2.a »	» 0,19474	0,01668	0,21142
» 3.a »	» 0,20567	0,03213	0,23780
Totale Viaggiatori	L. 0,51015	0,05226	0,56241
Bagagli	L. 0,14179	0,00466	0,14645
Merci G. V.	» 0,06168	0,01809	0,07976
Merci P. V.	» 0,54911	0,29155	0,85060
Totale merci	L. 0,75260	0,31429	1,06689.

Se dividiamo le spese totali

0,56241
1,06689

per $29\,^1/_3$ ton. Viaggiatori la prima
» $58\,^2/_3$ » Merci la seconda,

abbiamo

Spesa media per ton. Viaggiatori	L. 0,0192
» » Merci	» 0,0182

indipendentemente dalle spese del motore e di trazione. I risultati ottenuti alla Pag. 610 differiscono poco da questi i quali risentono l' influenza di diverse altre linee, oltre quelle della Rete lombarda e italo-centrale.

Ecco un' altra maniera di ottenere questo risultato, con la quale vengono eliminate le spese commerciali non ritenute proporzionali alla percorrenza dei convogli: abbiamo dalla statistica

Spesa del motore	0,585	per conv. chil.
Spesa di trazione	0,239	
Deteriorazione della via dovuta al motore	0,295	
Totale già valutato	1,119	(A)

Inoltre

Servizio commerciale		0,475	
Da valutarsi a parte	Manut. Carrozze.	0,081	
	» Carri . .	0,046	
	Ruote e assi . .	0,003	
	Totale .	0,605	
Corr. spese gen. ed ammin. .		0,043	
	Totale .	0,648	(B)

Totale A	1,119
Totale B	0,648
Totale C	1,767
Spese totali	2,961
Spese del movimento . .	1,194
Servizio dei convogli p. d.	0,109
	1,085

Si otterrà la spesa per tonnellata lorda dividendo per 88, il qual resultato è

0,0123.

Al peso morto corrisponderanno le seguenti spese, eguali alla precedente aumentata

1.° delle spese di manutenzione;

2.° dell'ammortizzazione ad interesse del capitale impiegato nel materiale mobile:

Viaggiatori 1.a Classe	0,0311
» 2.a »	0,0216
» 3.a »	0,0188
Bagagli	0,0178
Merci G. V. . . .	0,0192
Merci P. V. . . .	0,0192

Resta che ripartiamo la spesa relativa al servizio dei convogli

0,109.

Faremo questa ripartizione proporzionalmente alla spesa totale ora valutata e rientrante in questo capitolo per le diverse classi del servizio, ed in ragione tripla pei Viaggiatori, doppia per le merci a G. V. e semplice per le merci a P. V. Le quote di ripartizione sono quindi

Viaggiatori 1.a Classe	0,0030
» 2.a »	0,0021
» 3.a »	0,0018
Bagagli	0,0018
Merci G. V. . . .	0,0012
Merci P. V. . . .	0,0005

E le spese di questo stesso capitolo divengono quindi

	Peso morto.	Peso utile.
Viaggiatori 1.a Classe.	0,0341	0,0153
» 2.a »	0,0237	0,0144
» 3.a »	0,0206	0,0141
Bagagli	0,0196	0,0141
Merci G. V.	0,0204	0,0135
Merci P. V.	0,0197	0,0128

Rappresenteremo con

$$t_1 \quad t_2 \quad t_3 \quad \ldots \ldots \quad t_6$$

le spese relative al peso morto, e con

$$t_1' \quad t_2' \quad t_3' \quad \ldots \ldots \quad t_6'$$

le spese relative al peso utile. —

§ 7.°

NUMERO DEI CONVOGLI GIORNALIERI.

Per completare il capitolo rimane la determinazione approssimativa del numero dei convogli giornalieri, il qual numero dipende evidentemente dal prodotto chilometrico annuo, e dalla sua ripartizione in movimento a grande e piccola velocità.

Infatti in tesi generale crescono in numero i treni col crescere del prodotto lordo attinente alle due specie di movimento rispettivamente; ma quale sarà la funzione di S, prodotto lordo chilometrico, che in una maniera approssimativa almeno è atta a definire il numero ν_0 dei convogli giornalieri?

Immaginiamo dapprima che sopra una stessa via o sopra vie diverse il prodotto S variabile sia egualmente ripartito, cioè che i coefficienti di ripartizione sieno eguali, e denotiamo con F(S) la funzione incognita ν_0, sia cioè

$$\nu_0 = F(S);$$

se il prodotto S aumenta di ΔS, e denotiamo con $\Delta \nu_0$ l'aumento di ν_0, avremo

$$\Delta \nu_0 = \Delta S \, F'(S + \theta \Delta S)$$

ove θ è maggiore di 0 e minore di 1: ora se il servizio dei trasporti è fatto nella maniera più economica, il numero dei convogli deve crescere proporzionalmente al prodotto lordo, onde

$$\frac{\Delta \nu_0}{\Delta S} = \text{costante};$$

la derivata prima della funzione incognita deve esser costante e quindi la funzione deve essere della forma

$$N_0 = M + NS,$$

ove M ed N sono costanti se, variando S, non varia la ripartizione del prodotto lordo.

Supponiamo frattanto che la ripartizione varii; M ed N varieranno; onde se denotiamo con

$$K \quad K'$$

i coefficienti di ripartizione del prodotto lordo nei due movimenti a grande e piccola velocità, M ed N saranno funzioni di K e K', le quali funzioni debbono sensibilmente essere nulle quando

$$K \text{ e } K'$$

lo sieno, perocchè il numero dei convogli deve riuscire con assai approssimazione proporzionale al movimento: d' altra parte se svolgonsi M ed N ordinatamente rispetto a K e K', assumendo dei coefficienti medii, possiamo limitarci a tener

conto esclusivamente della parte lineare di ciascuna rispetto a K e K', onde in definitiva M ed N avranno le forme seguenti:

$$M = AK + A'K'$$
$$N = BK + B'K'$$

ove

$$A \quad A' \quad B \quad B'$$

sono costanti medie a determinarsi: dunque

$$\nu_0 = K(A + BS) + K'(A' + B'S).$$

Per determinare le costanti AB A'B' non ci siamo discostati nemmeno questa volta dalle statistiche: desse ci somministrano i numeri dei convogli giornalieri per diversi prodotti chilometrici, nonchè i correlativi coefficienti di ripartizione K e K'. Con questi dati e con la regola dei minimi quadrati abbiamo ottenuto

$$A = 5,198 \qquad A' = 0,756$$
$$B = 0,000212 \qquad B' = 0,000521$$

onde

$$\nu_0 = K\{5,198 + 0,000212\, S\} + K'\{0,756 + 0,000521\, S\}$$

ove nei casi pratici, la parte moltiplicata per K dà il numero dei convogli a G. V., e l'altra parte il numero dei convogli a piccola velocità.

Ricordiamo qui che se la formola, cui conduce la regola dei minimi quadrati non dà risultati conformi ai casi particolari che hanno servito a stabilirla, dà tuttavia i valori più convenienti nei singoli casi, in altri termini corregge gli errori che possono derivare da una inesatta valutazione del movimento quotidiano sopra una determinata ferrovia.

Supponiamo frattanto che le tariffe varino, e che sieno

$$\mu_1 \; \mu_2 \; \mu_3 \; \mu_4 \; \mu_5 \; \mu_6 \; \mu_7$$

i rapporti delle tariffe attuali alle nuove per le 7 classificazioni del movimento adottate fin qui, compresivi i *prodotti diversi*; sieno inoltre

$$k_1 \; k_2 \; k_3 \; k_4 \; k_5 \; k_6 \; k_7$$

i coefficienti di ripartizione del prodotto lordo chilometrico S relativo alle tariffe nuove, ed S′ il prodotto lordo che a parità di movimento corrisponderebbe alle tariffe attuali, ripartito secondo i coefficienti

$$k'_1 \; k'_2 \; k_3 \; k'_4 \; k'_5 \; k'_6 :$$

avremo in generale

$$k'_r \, S' = k_r \, \mu_r \, S ,$$

essendo r uno qualunque dei numeri 1, 2, . . . 6, 7: assegnando ad r successivamente questi valori nella precedente espressione, e sommando i resultati che si ottengono, deducesi

$$\sum_{1r}^{7} k'_r \, S' = S \sum_{1r}^{7} k_r \, \mu_r \; ;$$

abbiamo in pari modo

$$\sum_{1r}^{5} k'_r \, S' = S \sum_{1r}^{5} k_r \, \mu_r$$

e

$$k'_6 \, S' = k_6 \, \mu_6 \, S :$$

e siccome il primo membro in ognuna delle precedenti eguaglianze è il prodotto lordo chilometrico totale, o par-

ziale a grande e piccola velocità, che otterrebbesi con le tariffe attuali, così il numero ν_0 dei convogli giornalieri, con le nuove tariffe, sarà definito dall' equazione

$$\nu_0 = \left\{5,198 + 0,000212\,S \sum_{1r}^{7} k_r \mu_r\right\} \sum_{1r}^{5} k_r \mu_r +$$
$$+ \left\{0,756 + 0,000521\,S \sum_{1r}^{7} k_r \mu_r\right\} k_6 \mu_6.$$

Poniamo per brevità

$$A'' = \left\{0,000212 \sum_{1r}^{5} k_r \mu_r + 0,000521\, k_6 \mu_6\right\} \sum_{1r}^{7} k_r \mu_r$$
$$B'' = 5,198 \sum_{1r}^{5} k_r \mu_r + 0,756\, k_6 \mu_6,$$

ed il numero ν_0 dei convogli giornalieri riuscirà definito dalla formula

$$\nu_0 = A'' S + B''.$$

CAPO IV.

Spesa totale d' esercizio d' una ferrovia dipendentemente dalla pendenza

---

Nei precedenti capitoli abbiamo determinato gli elementi dai quali dipende la spesa totale dell' esercizio di una ferrovia, astrazione fatta dal capitale impiegato nella costruzione della ferrovia stessa. In questa ci proponiamo di stabilire come la detta spesa può esprimersi per mezzo dei medesimi.

L' ordine delle nostre ricerche sarà quindi il seguente:

1.° Numero delle locomotive necessarie per rimorchiare il peso lordo totale, e limiti tra i quali deve esser compreso il numero dei convogli giornalieri.

2.° Peso aderente determinato dai freni in una discesa di data pendenza.

3.° Limite della pendenza, oltre il quale alla discesa il convoglio è regolato dai freni.

4.° Interesse ed ammortizzazione del capitale di costruzione.

5.° Spesa d' esercizio dovuta ai motori per un chilometro di andata ed un chilometro di ritorno, compresa la manutenzione della via.

6.° Spesa di trazione dei convogli, compresavi la spesa di deteriorazione della via per l' azione dei freni, e quella relativa al personale dei freni supplementarii sempre per un chilometro di via.

7.° Rimanenti spese d' esercizio per chilometro.

8.° Formule generali esprimenti le spese d' esercizio per ciascun chilometro di via, e per la via intera.

§ 1.°

NUMERO DELLE LOCOMOTIVE NECESSARIE PER RIMORCHIARE IL PESO LORDO TOTALE, E LIMITI ENTRO I QUALI DEVE ESSER COMPRESO IL NUMERO DEI CONVOGLI GIORNALIERI.

In tutto ciò che segue non ci occuperemo che del convoglio medio.

Sieno,

S il prodotto lordo chilometrico.

$k_1\ k_2 \ldots\ldots k_6$ i rapporti a 1, dei 6 prodotti parziali comparati al prodotto totale.

$a_1\ a_2\ a_3 \ldots a_6$, $b_1\ b_2\ b_3 \ldots b_6$ i valori di a e di b rispettivamente corrispondenti e dati al § 5.° del Capo precedente.

$p_{1u}\ p_{2u} \ldots p_{6u}$ i valori correlativi di p_u dati nel medesimo luogo (3.ª colonna).

$\lambda_1\ \lambda_2 \ldots\ldots \lambda_6$, $\mu_1\ \mu_2 \ldots\ldots \mu_6$ i valori di λ e μ definiti nel Capo precedente.

Il peso lordo totale Q sarà espresso dalla formula

$$Q = \Sigma_1^6 \mu_r \left\{ (p_{ru} + \lambda_r a_r) k_r S + \frac{b_r \lambda_r}{\mu_r} \right\}$$

ovvero

$$Q = A S + B,$$

ove

$$A = \Sigma_1^6 \mu_r \left\{ (p_{ru} + \lambda_r a_r) k_r \right\}$$

$$B = \Sigma_1^6 \lambda_r b_r.$$

Sia frattanto ν il numero dei motori, di peso Π rispettivo, necessarii per rimorchiare il peso lordo di Q tonnellate: lo sforzo totale che dovrà esser equilibrato dall'aderenza delle ruote motrici si comporrà, primieramente della resistenza totale che sarebbe dovuta su linea orizzontale al peso

$$\nu\Pi + Q,$$

la quale è data dal prodotto

$$(\nu\Pi + Q)r,$$

ove r rappresenta la resistenza di una tonellata; ed in secondo luogo dalla componente dello stesso peso nella direzione della via, la qual componente è

$$(\nu\Pi + Q)h,$$

ove h [1] è la pendenza per metro di via. D'altra parte l'aderenza dei ν motori è

$$\nu\lambda f\Pi,$$

ove

λ è il coefficiente del peso aderente,
f il coefficiente d'aderenza:

[1] Questo valore della pendenza deve comprendere anche quella parte, che corrisponde alla resistenza delle curve trasformata in ascesa; avuto riguardo all'importanza speciale della considerazione di questo elemento, e partendo da risultati sperimentali, pensiamo che l'acclività h_0^{mm} per metro di via, corrispondente alla resistenza che presenta una curva di raggio R quando il convoglio è animato da una velocità V espressa in chilometri e riferita all'ora, possa venire assai bene rappresentata dalla formula

$$h_0 = \frac{1}{R}\left\{10^3 f\sqrt{a^2 + b^2} + 1{,}36\, V^2\right\},$$

ove a, b sono i semi-allontanamenti delle sale estreme, e delle guide, ed f il coefficiente d'attrito del ferro contro il ferro; è la formola ordinaria, con

deve sussistere quindi l' eguaglianza

$$(\nu\Pi + Q)(r+h) = \nu\lambda f \Pi,$$

dalla quale, posto in luogo di Q il suo valore, si deduce

$$\nu = \frac{(r+h)(AS+B)}{(\lambda f - r - h)\Pi}.$$

questa modificazione che al quadrato della velocità, qui data in chilometri e riferita all' ora, abbiamo assegnato un coefficiente numerico che, conformemente alle esperienze, tenesse conto di tutte le particolarità le quali sfuggono fin qui a sicure regole razionali; il termine contenente il quadrato di V dipende dalla reazione del fianco della rotaia contro l' orlo delle ruote, ma, rispetto ad una sala, l'aderenza delle ruote sul piano orizzontale della rotaia presenta di per se una reazione tanto grande che, per grandi raggi, il minimo sfregamento dell' orlo della ruota contro la ruotaia dovrebbe essere sufficiente per determinare la deviazione; e la reazione del fianco della guida contro l'orlo dovrebbe essere minima; il fenomeno è forse assai modificato dal moto di rotazione di ogni veicolo attorno un asse verticale, onde seguire la curva. Comunque sieno le cose ecco come è stato determinato il coefficiente 1,36. Secondo importanti esperienze di Polonceau di cui il Perdonnet riporta i resultati a pag. 422 del III vol. (Traité elementaire des chemins de fer), per una velocità di 25 chilometri all' ora, i valori di h_0^{mm} per diversi valori di R sono i seguenti:

Valori di R^m	1000	900	800	700	600	500	400	300
Valori di h_0^{mm}	0,75	1,50	1,40	1,80	2,25	2,75	3,30	3,90.

Ora scritto il valore di h_0^{mm} lasciando φ indeterminata

$$\frac{1}{R}\left\{10^3 f\sqrt{a^2+b^2} + \varphi V^2\right\} = h_0^{mm},$$

e dedottone il valore di φ

$$\varphi = \frac{R\,h_0^{mm} - 10^3 f\sqrt{a^2+b^2}}{V^2},$$

vediamo che il valore medio di questo coefficiente è

$$\frac{1}{V^2}\left\{\frac{\Sigma R\,h_0^{mm} - n\,10^3 f\sqrt{a^2+b^2}}{n}\right\} = \frac{1}{V^2}\left\{\frac{\Sigma R\,h_0^{mm}}{n} - 10^3 f\sqrt{a^2+b^2}\right\}$$

essendo n il numero dei casi particolari cui il valore medio si riferisce.

Sieno

$$f_1 \; f_0$$

i limiti superiori ed inferiori del coefficiente f di aderenza: dovremo avere

$$\frac{(r+h)(AS+B)}{(af_1-r-h)\Pi} < \nu < \frac{(r+h)(AS+B)}{af_0-r-h}.$$

Il numero ν dei convogli annui però, più presto che dal profilo dell' asse stradale, è determinato dal traffico, cioè dal

Nel caso nostro $n=8$, $V=25$; inoltre $\sqrt{a^2+b^2}=1{,}77$, le esperienze essendo relative solo ai carri di convogli *merci*, ed f coefficiente d'attrito del ferro contro il ferro eguale $^1/_5$. Ne segue $\varphi=1{,}34$. Posto il termine contenente il quadrato della velocità V sotto la forma $\frac{1000}{g}\lambda f'\frac{v^2}{R}$ ove v rappresenti la velocità in metri per secondo si ottiene col valore trovato di φ $\lambda f'=0{,}171$.

I Signori L. Vuillemin, A. Guèbhard e C. Dieudonnè (*) in una pubblicazione recentissima danno come resultato di esperienze eseguite sulle ferrovie dell'Est in Francia per una velocità media di 25 chil. all'ora

$$h_0 = 1^{mm} \quad \text{per } R = 1000$$
$$h_0 = 1^{mm},5 \quad \text{per } R = 800.$$

La formula precedente darebbe nei due casi distinti

$$L_0 = 1^{mm},21 \qquad L_0 = 1^{mm},5.1$$

Sieno frattanto

$$L_1 \; L_2 \; L_3 \ldots L_n$$

le lunghezze delle curve circolari di raggi rispettivi

$$R_1 \; R_2 \; R_3 \ldots R_n$$

che intercedono su di un tronco di via di lunghezza L. Il raggio R della curvatura media, cioè di quella curva che, avente una lunghezza $\sum_{1s}^{n} L_s$

(*) De la resistance des trains, et de la puissance des machines par L. Vuillemin, A. Guebhard et C.ie Dieudonnè. — Paris 1868.

prodotto lordo S dalla sua repartizione, e dalle convenienze generali del servizio di un' intiera rete: quindi chiamato ν_0 il numero dei convogli giornalieri sarà

$$\nu = 365\,\nu_0$$

e ν_0 riuscirà un numero dato, o da determinarsi conformemente

eguale alla somma delle lunghezze di tutte le curve, presenta eguale resistenza, è definito dall' equazione

$$\frac{\sum_{1s}^{n} L_s}{R} = \frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \dots + \frac{L_n}{R_n}$$

onde

$$R = \frac{\sum_{1s}^{n} L_s}{\sum_{1s}^{n} \frac{L_s}{R_s}}.$$

Se poniamo per semplificare

$$W = 10^5 f \sqrt{a^2 + b^2} + 1{,}36\, V^2$$

l' ascesa totale equivalente alla resistenza delle curve, e considerata sul rettifilo di lunghezza

$$\Sigma L_s$$

è espressa da

$$\frac{\sum_{1s}^{n} L_s}{1000} \frac{W}{R} = \frac{1}{1000} \sum_{1s}^{n} \frac{L_s}{R_s} W,$$

e riferita all' unità di lunghezza del tronco di via di lunghezza L è

$$\frac{1}{10^3} \left(\frac{\sum_{1s}^{n} \frac{L_s}{R_s}}{L} \right) W = \frac{1}{10^3} \left(\frac{\sum_{1s}^{n} L_s}{L} \right) W:$$

è la quantità che in ciascun caso speciale deve essere parte di h.

all' ultimo paragrafo del Capo precedente: farà d' uopo però che f definito dall' equazione

$$f=\frac{1}{\lambda}\left\{1+\frac{AS+B}{365\,\nu_0\,\Pi}\right\}(r+h)$$

sia compreso tra limiti entro i quali non vi abbia nè spreco nè difetto di aderenza.

§ 2.°

PESO ADERENTE DETERMINATO DAI FRENI IN UNA DISCESA DI DATA PENDENZA.

Quando i convogli procedono in discesa, l' azione del motore si fa sentire sul convoglio fino a tanto che la pendenza non oltrepassa un certo limite, limite che è necessariamente connesso colla classe o colla categoria del motore, e col numero ν_0 dei convogli giornalieri.

Quando l' inclinazione della via è superiore all' accennato limite, non solo deve annullarsi l' azione del motore sul convoglio, ma è necessario altresì equilibrare per mezzo dei freni l' accelerazione dovuta alla componente della gravità nella direzione della via.

Sieno

$\frac{1}{k}$ il coefficiente dell' attrito di scorrimento, che viene determinato da ciascun freno.

T il peso premente e strisciante sulle ruotaie, in conseguenza dell' armamento dei freni.

La componente del peso totale nella direzione della via è

$$\left(\frac{365\,\nu_0\,\Pi}{2}+\frac{Q}{2}\right)h;$$

la parte di questa componente che deve conservare in movimento il convoglio è

$$\left(\frac{365\,\nu_0\,\Pi}{2}+\frac{Q}{2}\right)r,$$

e la parte, che deve essere equilibrata dall' azione

$$\frac{1}{k}\,T$$

dei freni, è la differenza delle precedenti espressioni, onde

$$T=\frac{k}{2}\{365\,\nu_0\,\Pi+Q\}\{h-r\}$$

espressione del peso aderente determinato dai freni.

§ 3.°

LIMITE DELLA PENDENZA OLTRE IL QUALE LA DISCESA È REGOLATA DAI FRENI.

Il limite della pendenza oltre il quale l' azione del motore sul convoglio è nulla è il valore h_1 di h, che annulla la resistenza presentata dal convoglio.

Nel § precedente abbiamo valutato tale resistenza senza tenere conto dello sforzo che deve essere fatto dal motore per tenere in movimento i congegni, il quale sforzo sarebbe di 10 chilogrammi per tonellata del motore, se il vapore alla discesa esercitasse la medesima azione che all' ascesa.

Non ne abbiamo tenuto conto, perchè il valore di T, che deve servirci per definire la potenza ritardatrice dei freni, riuscendo alcun poco maggiore di quello che sarebbe ottenuto operando con rigore, condurrà ad un leggero aumento di

spesa, il quale, nelle valutazioni della specie delle nostre, ogni qual volta vi abbia un elemento dubbio, ci sembra conveniente ammettere, quando non alteri sensibilmente i resultati definitivi.

Se ammettiamo frattanto che la resistenza del motore dovuta ai congegni, e per tonellata del suo peso, sia alla discesa rappresentata da

$$0{,}010\,\varepsilon,$$

essendo ε un numero a determinarsi, ma compreso tra i limiti 0 ed 1, il valore di T riuscirà definito da

$$T = \frac{k}{2}\left[(365\,\nu_0\,\Pi + Q)(h - r) - 0{,}01 \times 365\,\varepsilon\,\nu_0\,\Pi\right].$$

Il valore di h che annulla quest' espressione è, sostituito in luogo di Q il suo valore espresso per S,

$$h = r + \frac{0{,}01 . 365\,\varepsilon\,\nu_0\,\Pi}{365\,\nu_0\,\Pi + (AS + B)},$$

ovvero, posto per brevità

$$\rho = \frac{365\,\nu_0}{AS + B}\,\Pi,$$

$$h = r + \frac{0{,}01\,\varepsilon\,\rho}{1 + \rho}.$$

Quindi i limiti inferiore e superiore di h, valore della pendenza alla quale è indispensabile cominciare ad adoperare i freni, si ottengono facendo $\varepsilon = 0$ $\varepsilon = 1$, e questi limiti sono

$$r \text{ ed } r + \frac{0{,}01\,\rho}{1 + \rho}.$$

Se facciamo

$$\rho = \frac{1}{100}\,\Pi,$$

valore pratico assai approssimato, il limite superiore diviene

$$r + \frac{0,01\,\Pi}{100 + \Pi}.$$

Posto $r = 0,005$, e considerati i motori a forti pendenze dei pesi rispettivi di

Tonellate 55 Tonellate 66

i limiti superiori di h nei due casi distinti sono

0,0085 [1] 0,0089.

§ 4.°

INTERESSE ED AMMORTIMENTO DEL CAPITALE DI COSTRUZIONE.

Secondo che valutasi l' interesse del capitale al 5 al 6 al 7 p. $^0/_0$, l'annualità comprendente l' interesse del capitale e l' ammortimento in 99 anni è

5,44 6,20 7,09:

se chiamiamo i quest' annualità riferita all' unità, e C il capitale di costruzione per chilometro, l' annualità gravante ciascun chilometro di linea è

$$i\,C$$

ove

$$i = 0,0544, \quad 0,0620, \quad 0,0709$$

secondo i tre casi diversi.

[1] Anche coi motori misti questo valore di h sarebbe circa 8^{mm} per metro: le più recenti esperienze non illuminano del tutto su questa importante questione; confermano però l' esistenza dei limiti sopra indicati. (Mem. cit. nella nota della pag. 661).

§ 5.°

SPESA D' ESERCIZIO DOVUTA AI MOTORI PER UN CHILOMETRO DI ANDATA ED UN CHILOMETRO DI RITORNO, COMPRESA LA MANUTENZIONE DELLA VIA DOVUTA ALLA DETERIORAZIONE PRODOTTA DAL MOTORE.

Questa spesa è diversa, secondo che la via ha una pendenza inferiore o superiore alla pendenza limite h, della quale abbiamo fatto parola ai §§ 2.° e 3.°: nel primo caso infatti il motore deve esercitare ancora alla discesa uno sforzo di trazione, ma non vi ha a considerare la spesa di manutenzione dovuta alla deteriorazione prodotta dai freni, che ha luogo nel 2.° Caso.

1.° *Caso.* — Se l' inclinazione della via non supera la pendenza limite, ne sembra assai conveniente supporre che il consumo del combustibile alla discesa sia lo stesso che all' ascesa, onde la spesa necessaria per chilometro e pei $365\,\nu_0$ motori, affinchè esercitino lo stesso sforzo che eserciterebbero su linea orizzontale onde rimorchiare se stessi, sarà

$$2 \times 365 \frac{\nu_0}{2} \psi;$$

inoltre la spesa di manutenzione della via dovuta alla deteriorazione prodotta dal motore è

$$2 \times 365 \frac{\nu_0}{2} n;$$

nelle quali espressioni le quantità ψ ed n sono state definite al Capo II: la spesa totale annua per chilometro è dunque

$$365\,\nu_0 (\psi + n)$$

formula la quale, per la sostituzione dei valori di ψ e di n, diviene

$$[52,19 - 3,5259\,\omega + \{7,592 + 0,039785\,P\}\,\Pi]\,\nu_0,$$

ove P è il prezzo di una tonellata di carbone.

La precedente formula applicata ai motori misti diviene

$$[339,2237 + 1,8368\,P]\,\nu_0.$$

Sia A il coefficiente di ν_0, espresso in funzione di P rispetto ai motori misti, cioè:

$$A = 339,2237 + 1,8368\,P:$$

i valori numerici di A corrispondenti a diversi valori di P sono dati dal seguente prospetto:

Spesa chilometrica annuale pel motore e per la deteriorazione della via, rispetto a ciascun convoglio giornaliero guidato da una locomotiva mista.

P Lire	A Lire	P Lire	A Lire	P Lire	A Lire
5	348,41	30	394,33	55	440,25
10	357,59	35	403,51	60	449,43
15	366,77	40	412,69	65	458,61
20	375,96	45	421,88	70	467,80
25	385,14	50	431,06	75	476,98

La spesa per tonellata rimorchiata sarà quindi

$$\frac{A\,\nu_0}{AS + B},$$

nella quale il divisore A S + B è stato definito al § 1° del presente capo.

La medesima formula applicata ai motori a mercanzie diviene

$$\{ 350{,}1030 + 1{,}8938\, P \} \nu_0 ;$$

e se poniamo parimente

$$A = 350{,}1030 + 1{,}8938\, P,$$

il coefficiente A è dato dal prospetto seguente:

Spesa chilometrica annuale pel motore, e per la deteriorazione della via, rispetto a ciascun convoglio giornaliero guidato da una locomotiva merci.

P	A	P	A	P	A
Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire
5	359,57	30	406,92	55	454,26
10	369,04	35	416,39	60	463,73
15	378,51	40	425,85	65	473,20
20	387,98	45	435,32	70	482,67
25	397,45	50	444,79	75	492,14

La spesa per tonellata rimorchiata sarà quindi

$$\frac{A\, \nu_0}{A S + B}.$$

Le locomotive merci, di una metà più potenti delle miste, non inducono frattanto una spesa molto maggiore di questa.

2.° *Caso.* — Se l' inclinazione della via supera la pendenza limite, il consumo di combustibile alla discesa è minore che all' ascesa, onde la spesa per ciascun chilometro in esercizio è

$$\frac{365\, \nu_0}{2} (\psi + \chi + 2 n),$$

che può scriversi

$$[52,195 - 3,5259\,\omega + \{7,5555 + 0,03486\,P\}\,\Pi]\,\nu_0,$$

la quale applicata ai motori misti diviene

$$(337,55 + 1,6094\,P)\,\nu_0,$$

ed applicata ai motori merci diviene

$$(348,37 + 1,6594\,P)\,\nu_0.$$

Poste queste espressioni sotto la forma

$$A_1\,\nu_0,$$

il coefficiente A_1 nei due casi distinti è dato dal seguente prospetto:

Spesa chilometrica annuale pel motore e per la deteriorazione della via, esclusa la considerazione dei freni supplementarii, e rispetto a ciascun convoglio giornaliero guidato da una locomotiva mista o da una locomotiva merci, quando la pendenza della via è superiore a quella alla quale fa d'uopo frenare il convoglio alla discesa.

P	A_1		P	A_1		P	A_1	
	Motori misti	Mot. merci		Motori misti	Mot. merci		Motori misti	Mot. merci
Lire	*Lire*	*Lire*	*Lire*	*Lire*	*Lire*	*Lire*	*Lire*	*Lire*
5	345,60	356,67	30	385,83	398,15	55	426,07	439,64
10	353,64	364,96	35	393,88	406,45	60	434,11	447,93
15	361,69	373,26	40	401,93	414,75	65	442,16	456,23
20	369,74	381,56	45	409,97	423,04	70	450,21	464,53
25	377,78	589,85	50	418,02	431,34	75	458,25	472,82

Applicata la medesima formula ai motori a forti pendenze diviene

$$[468,72 + 1,9219\,P]\,\nu_0,$$

e, posta sotto la forma

$$A_1\,\nu_0,$$

il coefficiente A_1 è definito numericamente dal quadro che segue:

Spesa chilometrica annuale pel motore e per la deteriorazione della via, esclusa la considerazione dei freni supplementarii, rispetto a ciascun convoglio giornaliero guidato da una locomotiva a forti pendenze, sopra una ferrovia a forti pendenze.

P	A_1	P	A_1	P	A_1
Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire
5	478,33	30	526,38	55	574,42
10	487,94	35	535,98	60	584,03
15	497,55	40	545,60	65	593,64
20	507,16	45	555,20	70	603,25
25	516,77	50	564,81	75	612,86

Applicata in ultimo la medesima formula ai motori a forti pendenze di 66 tonellate, per i quali pure il coefficiente determinante il peso aderente è eguale ad 1, abbiamo

$$\{ 550,86 + 2,3008\, P \} \nu_0 ,$$

la quale, posta sotto la forma

$$A_1 \nu_0 ,$$

ha il coefficiente A_1 dato dal seguente quadro:

Spesa chilometrica annuale pel motore e per la deteriorazione della via, esclusa la considerazione dei freni supplementarii, rispetto a ciascun convoglio giornaliero guidato da una locomotiva a forti pendenze di 66 tonellate, sopra una ferrovia a forti pendenze.

P	A_1	P	A_1	P	A_1
Lire	Lire	Lire	Lire	Lire	Lire
5	562,36	30	619,88	55	677,40
10	573,87	35	631,39	60	688,91
15	585,37	40	642,89	65	700,41
20	596,88	45	654,40	70	711,92
25	608,38	50	665,90	75	723,42

Non è solo la spesa

$$A_1 \nu_0$$

quella che in grazia del motore si ha da fare per chilometro sulle forti inclinazioni. Alla discesa fa d'uopo impiegare i freni, e, definito con T il peso scorrente dai freni determinato Cap. IV, § 2°, abbiamo pure determinata la spesa elementare p per unità di peso frenante Cap. II, § 5^c: la spesa per chilometro dovuta ai freni è quindi

$$p\,T,$$

ovvero sostituiti in luogo di p e T i loro valori,

$$0{,}0047\,\frac{k}{2}\,\{365\,\nu_0\,\Pi + A\,S + B\}\,(h - r)$$

ed anche

$$B_1\,\{365\,\nu_0\,\Pi + A\,S + B\}\,(h - r),$$

ove

$$B_1 = 0{,}00235\,k:$$

e fatto $k = 8$

$$B_1 = 0{,}0188:$$

la spesa totale sarà dunque, per tonellata di peso rimorchiato,

$$\frac{A_1\,\nu_0}{A\,S + B} + B_1\left\{\frac{365\,\nu_0\,\Pi}{A\,S + B} + 1\right\}(h - r).$$

§ 6.°

SPESA DI TRAZIONE DEI CONVOGLI, COMPRESAVI QUELLA DEI FRENI SUPPLEMENTARI ALLA DISCESA, SEMPRE PER CHILOMETRO D' ESERCIZIO.

La spesa di trazione di una tonellata lorda per chilometro sopra tracciato orizzontale l' abbiamo denotata con m, onde il complesso del carico lordo

$$\frac{AS+B}{2},$$

progrediente in un verso su linea orizzontale, richiederà una spesa chilometrica

$$\frac{(AS+B)}{2}m:$$

frattanto il motore deve rimorchiare oltre il carico lordo la componente del peso totale nella direzione opposta a quella del cammino in ascesa colla pendenza h, la quale componente è

$$\frac{1}{2}\{AS+B+365\,\nu_0\,\Pi\}\,h;$$

d' altra parte una tonellata richiede uno sforzo r per parte del motore di cui il costo è m, onde il costo di uno sforzo motore equivalente a 1000 chilogrammi è $\frac{m}{r}$; la spesa chilometrica dunque, corrispondente alla componente del peso nella direzione opposta a quella del cammino in ascesa, è

$$\frac{1}{2}\{AS+B+365\,\nu_0\,\Pi\}\,\frac{hm}{r},$$

e la spesa chilometrica totale dei convogli ascendenti è

$$\frac{m}{2}\left\{(A\,S+B)\left(1+\frac{h}{r}\right)+365\,\nu_0\,\Pi\,\frac{h}{r}\right\},$$

ossia

$$\frac{m}{2r}\left\{(A\,S+B)(r+h)+365\,\nu_0\,\Pi\,h\right\}.$$

Rispetto ai convogli fa d' uopo distinguere il caso in cui h è minore della pendenza limite, di cui precedentemente abbiamo fatto parola Cap. IV, § 3°, la quale abbiamq detto assumere nel calcolo eguale ad r, da quello in cui fa d' uopo regolare i convogli con freni alla discesa.

1.° *Caso.* — Se la pendenza h è inferiore alla pendenza r, la spesa chilometrica di trazione alla discesa si valuta così:

Sforzo motore necessario pel movimento dei convogli e della massa delle locomotive

$$\left(\frac{A\,S+B}{2}+\frac{365\,\nu_0\,\Pi}{2}\right)r;$$

componente del peso nel verso del movimento

$$\left(\frac{A\,S+B}{2}+\frac{365\,\nu_0\,\Pi}{2}\right)h;$$

sforzo motore a pagarsi

$$\left(\frac{A\,S+B}{2}+\frac{365\,\nu_0\,\Pi}{2}\right)(r-h);$$

costo totale

$$\frac{m}{2r}(A\,S+B+365\,\nu_0\,\Pi)(r-h),$$

purchè $r \gtreqless h$.

Quindi se $r \gtreqless h$ la spesa chilometrica pel movimento dei convogli sulla *inclinazione* h, andata e ritorno, è

$$\frac{m}{2r}\{2r(AS + B) + 365\nu_0 \Pi r\}$$

ovvero

$$m\{A S + B + 182{,}5\nu_0 \Pi\},$$

risultato indipendente dall'inclinazione della via [1]. Posto in luogo di m il suo valore, la medesima formula assume la forma

$$\{0{,}00065 + 0{,}000042\,P\}\{A S + B + 182{,}5\nu_0 \Pi\}.$$

Il seguente quadro dà i valori corrispondenti a diversi valori di P, di $m = 0{,}00065 + 0{,}000042\,P$:

P Lire	m Lire	P Lire	m Lire	P Lire	m Lire
5	0,00086	30	0,00191	55	0,00296
10	0,00107	35	0,00212	60	0,00317
15	0,00128	40	0,00233	65	0,00338
20	0,00149	45	0,00254	70	0,00359
25	0,00170	50	0,00275	75	0,00380

2.° *Caso.* — Se l'inclinazione $h > r$ richiede l'azione dei freni alla discesa, la spesa chilometrica di trazione alla discesa è nulla; ma vi ha in questo caso ad aggiungere la spesa dei freni supplementari rispetto al personale.

Se prescindiamo dal freno del motore che è alla portata del meccanico, e non induce spesa addizionale, gli altri freni

[1] La dimostrazione di questa formula è pure quella del principio ammesso dai pratici che per pendenze e contropendenze non superiori al 5 p. $\frac{0}{00}$ la spesa di trazione è indipendente dall'inclinazione della via.

debbono esser capaci di equilibrare la componente del carico nelle due direzioni del cammino, la qual componente è

$$\frac{1}{2}(A\,S + B)\,h$$

per ciascuna direzione.

Assunto quindi il coefficiente di attrito

$$\frac{1}{k_1},$$

questa frazione del peso aderente determinata dai freni deve essere eguale all' indicata componente, onde il peso aderente stesso sarà k_1 volte la medesima componente, cioè

$$\frac{k_1}{2}(A\,S + B)\,h.$$

Sia w il peso medio di una carrozza o di un carro a freni; sarà il numero dei freni eguale a

$$\frac{k_1}{2w}(A\,S + B)\,h,$$

e siccome ciascun freno induce una spesa chilometrica denotata con q (Cap. II § 6), ed i freni supplementarii debbono esser muniti del loro personale all' ascesa come alla discesa, la spesa chilometrica totale sarà

$$\frac{k_1 q}{w}\{A\,S + B\}\,h,$$

ove k_1 deve avere un valor tale che i freni servano anco nelle meno felici condizioni di aderenza, e conviene porre

$$k_1 = 10:$$

d' altra parte un vagone a freni carico pesa in media da

6 a 7 tonellate,

cioè

$$w = 6{,}5;$$

la spesa dunque dei freni supplementarii del convoglio, posto in luogo di q il suo valore

$$0{,}029,$$

è

$$0{,}04461 \{A\mathrm{S} + B\} h.$$

Il costo dei freni sulla inclinazione r è dunque

$$0{,}04461 (A\mathrm{S} + B) r;$$

conseguentemente il costo dei freni supplementarii è sulla inclinazione h

$$0{,}04461 \{A\mathrm{S} + B\} (h - r),$$

e quindi la spesa chilometrica di trazione propriamente detta, posto

$$\mathrm{C}_1 = 0{,}04461,$$

diviene, ascesa e discesa insieme,

$$\mathrm{C}_1 \{A\mathrm{S} + B\} \{h - r\}$$
$$+ \frac{m}{2r} \{(A\mathrm{S} + B)(h + r) + 365\, \nu_0 \Pi h\}.$$

§ 7.°

RIMANENTI SPESE D'ESERCIZIO PER TONELLATA E PER CHILOMETRO.

Le rimanenti spese sono quelle che abbiamo notato con t e t', la prima delle quali, relativa al peso utile è costante, mentre l'altra t' è variabile, ed ha sei valori distinti per le 6 diverse specie di carrozze e carri che abbiamo considerato al Capo III: denoteremo quindi la t' con t'_ν e faremo

$\nu = 1$ per le Carrozze viaggiatori 1ª Classe
$\nu = 2$ » » » 2ª »
$\nu = 3$ » » » 3ª »
$\nu = 4$ per i Carri da Bagagli
$\nu = 5$ » Merci G. V.
$\nu = 6$ » » P. V.

avremo tuttavia

$$t'_5 = t'_6:$$

questi valori di t'_ν sono dati dal prospetto a pag. 651.

Abbiamo stabilito che il peso utile corrispondente al prodotto lordo chilometrico $k_\nu S$, ove k_ν è il correlativo coefficiente di proporzionalità, è dato dalla formula

$$\mu_\nu \, k_\nu \, p_{\nu,u} \, S,$$

ove ai diversi termini abbiamo dato l'indice ν per distinguere per mezzo dello stesso le diverse classi del trasporto;

abbiamo pure stabilito che il peso morto corrispondente è

$$\mu_y \lambda_y \left(a_y k_y S + \frac{b_y}{\mu_y}\right),$$

e quindi che il peso totale è

$$\mu_y \left\{(p_{y.u} + \lambda_y a_y) k_y S + \frac{b_y \lambda_y}{\mu_y}\right\}:$$

ne segue che le rimanenti spese d'esercizio per tonellata lorda e per chilometro sono date dall'espressione

$$\frac{\mu_y \left\{ k_y p_{yu} S t + \lambda_y \left(a_y k_y S + \frac{b_y}{\mu_y}\right) t'_y \right\}}{\mu_y \left\{(p_{yu} + \lambda_y a_y) k_y S + \frac{b_y}{\mu_y} \lambda_y \right\}},$$

la quale semplificata diviene

$$\frac{(p_{yu} t + \lambda_y a_y t'_y) k_y S + \frac{b_y}{\mu_y} \lambda_y t'_y}{(p_{yu} + \lambda_y a_y) k_y S + \frac{b_y}{\mu_y} \lambda_y}:$$

e se facciamo

$$\alpha'_y = p_{yu} t + \lambda_y a_y t'_y \qquad \beta'_y = \frac{b_y \lambda_y t'_y}{\mu_y}$$

$$\alpha_y = p_{yu} + \lambda_y a_y \qquad \beta_y = \frac{b_y \lambda_y}{\mu_y}$$

la stessa espressione diverrà

$$\frac{\alpha'_y k_y S + \beta'_y}{\alpha_y k_y S + \beta_y}.$$

Per eliminare da questa le spese di ammortizzazione ed interesse dal capitale impiegato nelle carrozze e carri, dobbiamo sottrarvi

$$\frac{(\alpha''_y k_y S + \beta''_y)}{\alpha_y k_y S + \beta}.$$

ove

$$\alpha''_v = \lambda_v\, a_v\, t''_v \qquad \beta''_v = \frac{\lambda_v\, b_v\, t''_v}{\mu_v}$$

e $t''_v = 0{,}008$ pei Viaggiatori di 1ª C asse e $= 0{,}004$ per ogni altra Classe del movimento in Viaggiatori e Merci (pag. 651).

Ecco il prospetto dei valori di

$$\alpha_y \quad \beta_y \quad \alpha'_y \quad \beta'_y$$

nell' ipotesi di

$$\lambda_y = 1 \quad \text{e} \quad \mu_y = 1$$

	α_y	*log. di* α_y	β_y	α'_y	*log. di* α_y	β'_y
Viagg. 1.ª Cl.	7,2056	0,8576701	5871	0,232107	$\bar{1}$,3656883	197,7
» 2.ª »	6,1734	0,7905385	7599 (1)	0,141977	$\bar{1}$,1522180 (2)	183,7
» 3.ª »	7,3966	0,8690321	13786	0,148251	$\bar{1}$,1709947	294,3
Bagagli . .	32,3396	1,5097376	16048	0,647821	$\bar{1}$,8114544	327,8
Merci G. V.	10,0491	1,0021228	886	0,199991	$\bar{1}$,3010083	19,3
Merci P. V.	23,6199	1,3732799	0	0,448941	$\bar{1}$,6521883	0

I valori di $\alpha'_v\ \beta'_v$, quando non si tien conto delle spese relative al servizio commerciale, sono

α'_y	*log.* α'_y	β'_y
0,234989	$\bar{1}$,3710494	200
0,138891	$\bar{1}$,1426710	180
0,142334	$\bar{1}$,1532964	283,3
0,621950	$\bar{1}$,8937555	315
0,175923	$\bar{1}$,2453152	18,1
0,399340	$\bar{1}$,6013428	0
		$B' = 996{,}4$

Giova che avvertiamo qui, come nelle espressioni del carico lordo annuo

$$A\,S + B,$$

e della spesa totale

$$A'S + B',$$

sieno

$$A = \Sigma_1^6 \alpha_y k_y \qquad A' = \Sigma_1^6 \alpha'_y k_y$$

$$B = \Sigma_1^6 \beta_y = 44190. \qquad B' = \Sigma_6^6 \beta'_y = 1022,8$$

sempre nell' ipotesi di λ_y e μ_y eguali all' unità.

I valori di α''_y e β''_y, quando $\mu_y = 1$ $\lambda_y = 1$, divengono quelli già dati a_y e b_y, moltiplicati i primi loro valori rispettivi per 0,008 e gli altri per 0,004; sono riportati nel seguente prospetto:

Valori di α''_y	*log.* α''_y	*Valori di* β''_y
0,0531648	$\bar{2}$,7256258	46,968
0,0215700	$\bar{2}$,3338501	30,396
0,0235840	$\bar{2}$,3726165	55,144
0,1200300	$\bar{1}$,0792898	64,192
0,0292072	$\bar{2}$,4654870	3,544
0,0663492	$\dot{2}$,7508862	0,000
		200,244

Occupiamoci frattanto della repartizione delle spese pel servizio commerciale.

Sulla rete Italo-centrale la spesa per convoglio medio fu di Lire 0,475, che aumentata delle spese afferenti generali ed amministrative diviene 0,5082. Sulla ferrovia da Genova a Torino, aumentata delle spese proporzionali, fu di L. 0,7558. Frattanto i convogli medii portarono in media

Rete Lombarda. . . . . . Tonnellate merci, peso utile, 20,7684
Genova-Torino . . . . 33,0148.

Ne segue che la tonellata merci è gravata pel servizio commerciale

Sulla rete Lombarda	0,02447
Sulla via Genova-Torino	0,02289
Medio valore	0,02368.

Ritenuto questo medio valore per la parte dovuta al servizio commerciale nel trasporto delle merci, se ne deduce senz'altro che la tonellata lorda del servizio *merci G. V.* ne è sovraccaricata della quota

$$\frac{0,06505\, k_y\, S}{\alpha_y\, k_y\, S + \beta_y},$$

e che la tonellata lorda del servizio *merci a P. V.* ne è gravata della quota

$$0,00956.$$

§ 8.°

FORMULE GENERALI ESPRIMENTI LE SPESE D'ESERCIZIO PER TONELLATA E PER CHILOMETRO — TOTALI PER CHILOMETRO — TOTALI PER L'INTERA LINEA.

Le formule generali esprimenti le spese d'esercizio ora indicate sono facili a determinarsi.

1.° Avremo le spese d'esercizio totali per tonellata e per chilometro, per una data classe o categoria di trasporti, cumulando le spese dei paragrafi 5 e 6 con la corrispondente del § 7: così, le dette spese saranno espresse dall'una o dall'altra delle formule che seguono, secondo che

$$h \leqq r \text{ ovvero } h > r$$

$$\frac{A\nu_0}{AS+B}+\frac{\alpha_y k_y S+\beta_y}{\alpha_y k_y S+\beta_y}+m\left\{1+\frac{182{,}5\,\nu_0\Pi}{AS+B}\right\}$$

$$\frac{A_1\nu_0}{AS+B}+B_1\left\{\frac{365\,\nu_0\Pi}{AS+B}+1\right\}(h-r)+\frac{\alpha'_y k_y S+\beta'_y}{\alpha_y k_y S+\beta_y}$$

$$+C_1(h-r)+\frac{m}{2r}\left\{(h+r)+\frac{365\,\nu_0\Pi h}{AS+B}\right\}$$

ossia

$$\frac{A_1\nu_0}{AS+B}+\frac{m}{2}-r\left\{C_1+B_1\left(1+\frac{365\nu_0\Pi}{AS+B}\right)\right\}+\frac{\alpha'_y k_y S+\beta'_y}{\alpha_y k_y S+\beta_y}$$

$$+\left[\left(B_1+\frac{m}{2r}\right)\left(1+\frac{365\,\nu_0\Pi}{AS+B}\right)+C_1\right]h:$$

2.° Avremo le spese d'esercizio totali per chilometro, moltiplicando, le rispettive per tonnellata, pel carico corrispondente a ciascuna categoria e classe dei trasporti, e sommando insieme i singoli resultati: le due espressioni secondo che

$$h \leqq r \text{ ovvero } h > r$$

sono, posto sempre

$$A' = \Sigma\,\alpha'_y k_y$$
$$B' = \Sigma\,\beta'_y,$$

$$A\nu_0+(mA+A')S+mB+B'+182{,}5\,m\Pi\nu_0,$$

$$A_1\nu_0+\frac{m}{2}(AS+B)-r\{(C_1+B_1)(AS+B)+$$
$$+365B_1\nu_0\Pi\}+A'S+B'+$$
$$\left[\left(B_1+C_1+\frac{m}{2r}\right)\left(AS+B\right)+\left(B_1+\frac{m}{2r}\right)365\,\nu_0\Pi\right]h.$$

3.° Finalmente le spese totali relative ad una determinata lunghezza, se

$$h \leqq r$$

chiamata L la lunghezza della linea, le dette spese saranno espresse da

$$L \{ A \nu_0 + (mA + A') S + mB + B' + 182{,}5\, m \Pi \nu_0 \}.$$

In opposto se

$$r < h,$$

sia H l'altezza in metri guadagnati con la salita di inclinazione h: il numero dei chilometri della salita sarà

$$\frac{H}{1000\, h},$$

e dovremo moltiplicare la seconda delle espressioni del n.° 2 per questo fattore; otterremo

$$\frac{H}{1000\, h} \left(\begin{array}{l} A_1 \nu_0 + \frac{m}{2}(A\,S + B) - r \{ (C_1 + B_1)(A\,S + B) + \\ \qquad + 365\, B_1 \nu_0 \Pi \} + (A'\,S + B') + \\ \qquad + \left\{ \left(B_1 + C_1 + \frac{m}{2r} \right)(A\,S + B) + \right. \\ \qquad\qquad \left. + \left(B_1 + \frac{m}{2r} \right) 365\, \nu_0 \Pi \right\} h. \end{array} \right)$$

CAPITOLO V.

Ricerche sui Servizii ferroviarii

---

§ 1.°

TARIFFE FERROVIARIE

La prima delle quistioni delle quali dobbiamo occuparci riflette le tariffe le quali dipendono o almeno dovrebbero dipendere per ciascuna classe e categoria di trasporti:

1.° Delle spese d'esescizio correlative, definite nell'ultimo paragrafo del Capitolo precedente.

2.° Dal capitale impiegato nella costruzione: nell'applicazione tuttavia vi entra un terzo elemento costituito dalle tariffe di favore attinenti, a certe classi dei trasporti, le quali richieggono che sopra le rimanenti categorie e classi si riversino quelle parti delle entrate che vengono meno sulle classi favorite.

Vedremo in seguito che, con le tariffe vigenti in Italia, sono sottomessi a tariffe di favore il trasporto dei bagagli e quello delle merci a P. V., e per conseguenza che alle altre classi dei trasporti corrispondono tariffe maggiori di quelle che, senza le notate tariffe di favore, sarebbero annesse.

Le spese d' esercizio variano col variare del prodotto lordo chilometrico e dipendentemente dalla maniera con la quale questo prodotto è repartito, quindi le tariffe non ponno riferirsi che ad un prodotto chilometrico medio, il quale dipende dallo stato medio dello svolgimento della pubblica ricchezza in un paese.

Il prodotto chilometrico medio delle ferrovie dell' Italia superiore nell' anno 1862 fu di

L. 25702

così ripartito per ogni lira di entrata:

	Valori di k_y	Logarit. di k_y
Viaggiatori di 1.ª Classe	0,05952	$\bar{2}$,7746629
» 2.ª »	0,21142	$\bar{1}$,3251461
» 3.ª »	0,25219	$\bar{1}$,4017279
Bagagli	0,02075	$\bar{2}$,3170181
Merci G. V.	0,06277	$\bar{2}$,7977521
» P. V.	0,38337	$\bar{1}$,5836181 ,

ed il numero dei convogli giornalieri fu di

11,824

quale si dedurrebbe anche dalla nostra formula del § 7, Cap. III.

Valutiamo frattanto le tariffe su questa base.

L' ordine che dovremo tenere sarà il seguente:

(*a*) Per mezzo della formula altrove ottenuta

$$\frac{A\,\nu_0}{AS+B}+\frac{\alpha'_y k_y S+\beta_y}{\alpha_y k_y S+\beta_y}+m\left\{1+\frac{182{,}5\,\nu_0\,\Pi}{AS+B}\right\} \qquad (1)$$

valuteremo la spesa d' esercizio per tonellata e per chilometro, per ogni categoria e classe di servizio.

(*b*) Per mezzo della formula

$$R_y=A+\frac{B}{k_y S}$$

determineremo il rapporto del peso morto al peso utile e moltiplicheremo per

$$R_y+1$$

il risultato della formula (1): il prodotto sarà la spesa effettiva per tonellata di peso utile.

(c) Con la formula

$$A\nu_0 + (mA + A')S + mB + B' + 182{,}5\, m\, \nu_0\, \Pi$$

valuteremo le spese totali d'esercizio, nelle quali rientrano l'ammortizzazione e l'interesse del costo materiale mobile, e detratto il risultato dal prodotto lordo, il residuo, il quale rappresenterà l'interesse e l'ammortizzazione del capitale di costruzione, dovrà esser ripartito egualmente per ciascuna tonellata di peso lordo, il che sarà ottenuto dividendo esso residuo per

$$AS + B:$$

il quoziente moltiplicato per

$$R_y + 1$$

darà la parte che dovrà esser portata in conto per ciascuna tonellata di peso utile: manifestamente, con quest'ultima operazione, ripartiamo le spese di costruzione proporzionalmente al peso trasportato, ciò che sembra conforme al modo anche più ordinario di apprezzare il servizio delle ferrovie.

Egli ci è dunque mestieri:

1.° Calcolare i prodotti

$$\alpha_y\, k_y \qquad \alpha'_y\, k'_y$$

per ciascuna classe di servizio, e dedurre

$$A = \Sigma\, \alpha_y\, k_y \qquad A' = \Sigma\, \alpha'_y\, k_y\,,$$

le quali valutazioni sono riprodotte nei loro risultati nel seguente quadro.

VALORI DI

	$\alpha_y\, k_y$	Log. di $\alpha_y\, k_y$	$\alpha'_y\, k'_y$	Log. di $\alpha'_y\, k'_y$	$\alpha'_y\, k_y$ indipendenti dal servizio commerciale	Logaritmi
Viagg. 1.ª Cl.	0,42888	$\bar{1}$,6323330	0,013815	$\bar{2}$,1403512	0,013986	$\bar{2}$,1457123
» 2.ª »	1,30522	0,1156846	0,030016	$\bar{2}$,4773641	0,029364	$\bar{2}$,4678171
» 3.ª »	1,86535	0,2707600	0,037387	$\bar{2}$,5727226	0,035894	$\bar{2}$,5550243
Bagagli . .	0,67105	$\bar{1}$,8267557	0,013442	$\bar{2}$,1284725	0,012905	$\bar{2}$,1107736
Merci G. V.	0,63077	$\bar{1}$,7998749	0,012553	$\bar{2}$,0987604	0,011042	$\bar{2}$,0430673
Merci P. V.	9,05591	0,9569320	0,172124	$\bar{1}$,2358404	0,153090	$\bar{1}$,1849609
	A=13,95718		A'=0,279337		A'=0,256281	
	log. A= 1,1447977		log. A'=$\bar{1}$,4461285		log. A'=$\bar{1}$,4087147	

2.° Ritenuto di 48 lire la tonellata il prezzo medio del carbone sui nostri mercati, calcolare m e desumere A dal respettivo quadro del § 4.° Cap. IV riferendoci ai motori misti: otteniamo

$$m = 0,00267 \qquad \mathrm{A} = 427,39.$$

3.° Valutare il rapporto

$$\mathrm{R}_v + 1$$

del peso totale al peso utile per categoria e classe: il qual rapporto è dato da questo prospetto:

Categorie e classi	$\mathrm{R}_v + 1$
Viaggiatori di 1.ª Classe	19,74
» 2.ª »	9,69
» 3.ª »	6,35
Bagagli	26,78
Merci G. V.	3,86
Merci P. V.	2,48.

Con i dati numerici così raccolti otteniamo senza difficoltà i valori di

$$\alpha_v k_v \mathrm{S} + \beta_v \qquad \alpha'_v k'_v \mathrm{S} + \beta_v$$

come quelli di

$$A\,\mathrm{S} + B \qquad A'\,\mathrm{S} + B'$$

che sono i seguenti:

Valori di

	$\alpha_v k_v \mathrm{S} + \beta_v$	$\alpha'_v k'_v \mathrm{S} + \beta'_v$
Viaggiatori di 1.ª Classe	16894	552,70
» 2.ª »	41146	955,19
» 3.ª »	61729	1255,22
Bagagli	33295	673,39
Merci G. V.	17098	341,94
Merci P. V.	232755	4423,90
	402917	8202,34

$402917 = A\,\mathrm{S} + B$

$log. = 5,6052156$

$8202,3 = A'\mathrm{S} + B'$

Troviamo ancora

$$\frac{A\,v_e}{AS+B}=\frac{427,39\,.\,11,824}{402917}=0,012542$$

e quindi

$$\frac{A\,v_e}{AS+B}+m\left\{1+\frac{182,5\,v_e\,\Pi}{AS+B}\right\}=0,01587.$$

La quale spesa riferita al peso totale corrispondente all' unità di peso utile diviene

Viaggiatori di 1.ª Classe.	0,018796	
» 2.ª »	0,009227	
» 3.ª »	0,006046	
Bagagli: 1 quintale	0,042500	(m).
Merci G. V.: 1 quintale.	0,006126	
Merci P. V.: 1 tonellata	0,039357	

Inoltre i rapporti

$$\frac{\alpha'_v\,k_v\,S+B'_v}{\alpha_v\,k_v\,S+B_v}$$

sono numericamente i seguenti:

Viaggiatori di 1.ª Classe.	0,03272
» 2.ª »	0,02321
» 3.ª »	0,02033
Bagagli.	0,02022
Merci G. V.	0,02000
Merci P. V.	0,01901

Le quali spese riferite al peso totale corrispondente rispettivamente all' unità di peso utile divengono

1 Viaggiatore di 1.ª Classe	0,038754	
» 2.ª »	0,013494	
» 3.ª »	0,007746	
Bagagli 1 quintale	0,054149	(n)
Merci G. V. 1 quintale	0,007720	
Merci P. V. 1 tonnellata	0,047145	

Le spese totali ascendono frattanto a

Ln. 14597,58

così ripartite:

$A \gamma_0$	5053,46
$m(AS + B)$	1075,79
$A'S + B'$	8202,34
$182,5\, m \gamma_2 \Pi$	265,99
Totali	14597,58

onde il residuo corrispondente all' interesse del capitale di costruzione è

Ln. 11104,42,

che ripartito proporzionalmente al peso trasportato è

1 Viaggiatore di 1.ª Classe	0,032642	(p)
» 2.ª »	0,016023	
» 3.ª »	0,010501	
Bagagli: 1 quintale	0,073806	
Merci G. V. 1 quintale	0,010638	
Merci P. V. 1 tonnellata	0,068349	

Ripartiamo frattanto il prodotto netto delle spese d' esercizio proporzionalmente a queste spese.

La parte corrispondente ad una lira di spesa è

$$\frac{11104,4}{14597,6} = 0,760703,$$

quindi le parti corrispondenti alle spese rispettive per ciascuna unità di classe e categoria del servizio sono:

1 Viaggiatore di 1.ª Classe	0,043779	(p')
» 2.ª »	0,017284	
» 3.ª »	0,010492	
Bagagli: 1 quintale	0,053521	
Merci G. V. 1 quintale	0,010533	
Merci P. V. 1 tonnellata	0,065803	

Ecco ora come dovrebbe esser ripartita l' entrata

Categorie e Classi.	*Interesse del capitale di costruz. proporzion. al peso*	*Interesse del capitale di costruz. proporzion. a spese eserc.*	*Differenza*	*Val. medii*
	$m+n+p$	$m+n+p'$		
1 Viaggiatore 1.ª Classe	0,090192	0,101329	+ 0,011137	0,095760
» 2.ª »	0,038744	0,040005	+ 0,001261	0,039374
» 3.ª »	0,024293	0,024284	— 0,000009	0,024288
Bagagli 1 quintale . .	0,170455	0,150170	— 0,020285	0,160312
Merci G. V. 1 quintale.	0,024484	0,024379	— 0,000105	0,024431
Merci P. V. 1 tonnellata.	0,154851	0,152305	— 0,002546	0,153578

Confrontiamo queste tariffe con quelle attualmente in vigore, o meglio con le tariffe medie quali risultano dalle statistiche per le ferrovie dell' Italia superiore nella totalità della rete.

Queste tariffe sono:

1 Viaggiatore di 1.ª Classe	0,107141
» 2.ª »	0,076830
» 3.ª »	0,039983
1 Quintale bagagli	0,042879
1 Quintale merci G. V.	0,036399
1 Tonnellata merci P. V.	0,104903

È senz' altro manifesto che nell' attuale sistema di tariffa i bagagli, e principalmente le merci a piccola velocità godono tariffe di favore, per le quali si ha una riduzione al quarto rispetto ai bagagli; e, rispetto alle merci, una riduzione del 72,57 per $^0/_0$ sull' interesse e ammortizzazione del capitale di costruzione, e del 31,7 per $^0/_0$ sulla tariffa di rigore.

Queste riduzioni di prodotto si riversano in piccola parte sui trasporti merci a grande velocità, e per il rimanente sui viaggiatori; ma sono evidentemente favoriti i viaggiatori di 1.ª Classe, e più aggravate le altre due classi.

Per confermare in altra maniera ciò che risulta dal confronto delle cifre su esposte cerchiamo quali dovrebbero

essere le tariffe dei viaggiatori, ritenute pei bagagli come per le merci a G. e P. velocità le tariffe in vigore: abbiamo

Perdita sui bagagli	1460,02
» sulle merci a P. V.	4568,29
Totale	6028,31
Guadagno sulle merci G. V.	530,12
Residuo perdite da ripartirsi su Viaggiatori	5498,19
Prodotto lordo Viaggiatori effettivo	13445,48
Prodotto lordo Viaggiatori secondo la tariffa di rigore	7947,29

L'aumento correlativo ad ogni lira di tariffa di rigore sui viaggiatori è dunque

$$\frac{5498,19}{7947,29} = 0,691833\,,$$

onde le tariffe di rigore dei viaggiatori devono essere aumentate del 69,183 p. $^0/_0$: divengono così

1 Viaggiatore di 1.ª Classe	. . . .	0,162010
» 2.ª »	. . . .	0,066614
» 3.ª »	. . . .	0,041091

le quali tariffe comparate con le attuali sono

Pei viaggiatori di 1.ª Classe del 51,211 p. $^0/_0$ più forti
» 2.ª » » 13,297 p. $^0/_0$ più deboli
» 3.ª » » 2,771 p. $^0/_0$ più forti.

Ne segue che, affine di distribuire le entrate proporzionalmente alle spese senza introdurre modificazioni nel servizio commerciale, le quali non riuscirebbero opportune, farebbe d'uopo far variare le tariffe attuali sui Viaggiatori nelle proporzioni anzidette: tuttavia queste variazioni fatte istantaneamente potrebbero riuscire più dannose che utili, causa l'influenza che hanno i prezzi di trasporto dei Viaggiatori sul favore accordato dal pubblico alle diverse classi: laonde

sembrerebbe che, o nessuna modificazione dovrebbe introdursi nei medesimi prezzi, ovvero queste modificazioni dovrebbero esser fatte lentamente. Sia x l' aumento p. $^0/_0$ sulla tariffa Viaggiatori di 1.ª classe: il correspettivo p. $^0/_0$ di che dovrebbe variare la tariffa di caduna delle rimanenti classi è

Viaggiatori di 2.ª Classe (diminuzione) . . . . . 0,25965 x
" 3.ª " (aumento) . . . . 0,05411 x.

§ 2.°

RAPPORTO AL PRODOTTO LORDO CHILOMETRICO DELL' ECCESSO DI QUESTO PRODOTTO SULLE SPESE D' ESERCIZIO.

Il costruttore di una ferrovia, non sempre l' esercita per proprio conto: nella trasmissione dell' esercizio si conviene che il costruttore, ovvero chi in ultimo lo rappresenta rimpetto all' esercizio, esonerato delle spese di acquisto del materiale mobile, abbia una determinata parte del prodotto lordo chilometrico: evidentemente questa parte deve essere il rapporto al prodotto lordo chilometrico dell' eccesso di questo prodotto sulle spese d' esercizio, quelle compresevi dell' ammortizzazione del costo del materiale mobile.

Sia

$$f(S)$$

la parte del prodotto lordo chilometrico che definisce le spese d' esercizio: il rapporto cercato è

$$\frac{S - f(S)}{S}$$

ossia, dinotandolo con D,

$$D = 1 - \frac{f(S)}{S} :$$

ora abbiamo

$$f(S) = (A + 182,5\, m\, \Pi)\nu_0 + (m\, A + A')\, S + m\, B + B'$$

ove

$$\nu_0 = k[5,198 + 0,000212\, S] + k'[0,756 + 0,000521\, S] :$$

riducendo quindi numericamente $f(S)$, e sostituendo il risultato nell' espressione di D abbiamo:

$$D = 0,6834 - [0,1001\, k + 0,2460\, k'] - \frac{2454,81\, k + 357,03\, k' + 1140,8}{S}.$$

Possiamo porre in generale

$$k + k' = 0,99 :$$

sostituendo il valore di k', di qui dedotto, nella penultima espressione, otteniamo:

$$D = 0,4398 + 0,1459\, k - \frac{1494,3 + 2097,8\, k}{S},$$

ove k denota la quantità del movimento a G. V.

Il valore di D è crescente con k, se

$$0,1459 > \frac{2097,8}{S},$$

ossia se

$$S > \frac{2097,8}{0,1459} = 14378 :$$

dunque in tesi generale, se

$$S < 14378$$

l' interesse del costruttore è che il rapporto dell' entrata a G. V. all' entrata a piccola velocità sia il minore possibile: in altri termini il movimento a piccola velocità lascia meglio un margine all' interesse del costo di costruzione: il contrario ha luogo se

$$S > 14378.$$

Per

$$S = 14378$$

abbiamo

$$D = 0{,}4398 - \frac{1494{,}3}{14378} = 0{,}3399.$$

Il prodotto chilometrico lordo necessario e sufficiente per cuoprire le spese d' esercizio, compresovi l' ammortizzazione del materiale mobile è quello desunto dall' espressione

$$D = o,$$

la quale conduce ad

$$S = \frac{1494{,}3 + 2097{,}8\,k}{0{,}4398 + 0{,}1459\,k};$$

posto

$$k = 0{,}50,$$

abbiamo

$$S = 4960{,}4:$$

un prodotto inferiore per chilometro di via non cuoprirà le spese: un prodotto superiore darà sempre almeno una parte dell' interesse del costo di costruzione.

§ 3.°

SCALA MOBILE DELLE GARANZIE GOVERNATIVE.

Immaginiamo che coi metodi sovra esposti sia valutato il prodotto chilometrico lordo E necessario per cuoprire le spese d'esercizio e quelle di costruzione, compreso, tra le prime, l'ammortizzazione del capitale investito nel materiale mobile, e tra le seconde l'ammortizzazione dello stesso capitale di costruzione: l'interesse e l'ammortizzazione del capitale di costruzione sommano a

$$D_1 \mathrm{E},$$

denotando con D_1 il valore di D (§ precedente) relativo ad $\mathrm{S} = \mathrm{E}$: è effettivamente la quota

$$D_1 \mathrm{E}$$

quella che deve esser guarentita: sia quindi s il prodotto chilometrico effettivo e minore di E: la parte di $D_1 \mathrm{E}$ che si ottiene col prodotto s è

$$D_2 s,$$

essendo D_2 il valore di D per $\mathrm{S} = s$; ne segue dunque che la somma chilometrica, la quale deve esser restituita sull'esercizio a causa della garanzia è

$$D_1 \mathrm{E} - D_2 s,$$

ossia

$$[0,6834 - (0,1001 k + 0,2460 k')](\mathrm{E} - s);$$

se poniamo come al paragrafo precedente

$$k + k' = 0,99$$

otteniamo

$$(0,4398 + 0,1459\, k)(E - s)\,.$$

Si vede quindi quale errore è stato commesso, dove in luogo della precedente espressione si è preso

$$E - s\,;$$

perocchè il massimo valore dell' espressione stessa è

$$0,5857\,(E - s)$$

cioè

$$\tfrac{3}{5}\,(E - s).$$

Se si osserva che nei primi anni d' esercizio il servizio a G. V. ha molta maggiore importanza che non il servizio merci, possiamo in media supporre

$$k = 0,60\,;$$

si trova così

$$0,5273\,(E - s):$$

Le ultime garanzie governative sono state regolate sopra la formula

$$k = 0,5\,(E - s).$$

Affinchè il coefficiente

$$0,4398 + 0,1459\, k$$

divenga 0,5 fa d' uopo che sia

$$k = 0,43$$

coefficiente che senza dubbio non sembra eccessivo quando si osserva che le garanzie sono pagate nei primi anni dell' esercizio.

NOTA

AL § 5 DEL CAP. II. — SUL VALORE DI p

—

A motivo della indeterminatezza dei dati abbiamo valutato in una maniera molto approssimativa il valore di p, spesa per unità del peso che serve a frenare un treno alla discesa, e corrispondente alla deteriorazione della via dovuta ai freni supplementarii; vi ritorniamo per giustificare più rigorosamente il valore trovato.

Consideriamo una ferrovia a due binarii, e sia λ la spesa corrispondente alla deteriorazione della via per chilometro e per un determinato convoglio, sopra una livelletta d' inclinazione 10 p. $\frac{00}{00}$ e pel binario di ascesa: questa sarà pure la spesa pel binario di discesa, pel medesimo convoglio; ciò è quello che almeno l' osservazione conferma. Sopra un' inclinazione maggiore, l' azione dei freni comincia ad essere sensibile e si osserva una differenza nella deteriorazione dei binarii almeno per le inclinazioni molto sensibili come sulla ferrovia da Genova a Torino lungo il tronco Pontedecimo-Busalla. Tale differenza, dovuta alla maggiore importanza della deteriorazione sul binario di discesa, è

l' eccesso della deteriorazione totale prodotta dai freni supplementarii su quella dovuta alla *sola* aderenza delle ruote motrici; quest' eccesso è appunto ciò che dobbiamo determinare, perocchè l' altra parte è già compresa nella considerazione prodotta dal passaggio della locomotiva.

Sia dato frattanto che, la deteriorazione osservata rispetto ai due binarii sull' inclinazione media del 30 p.$\frac{00}{00}$ è tra due e mezzo e tre volte la deteriorazione comune ai binarii di ascesa e discesa con l' inclinazione del 10 p.$\frac{00}{00}$, come si ritiene si verifichi sul piano inclinato dei Giovi: indichiamo con x la spesa corrispondente all' eccesso preindicato pel convoglio di cui l' azione sulle rotaie produce una spesa λ sull' inclinazione del 10 p.$\frac{00}{00}$, convoglio il quale si comprende dover essere remorchiato da locomotiva più potente sull' inclinazione del 30 p.$\frac{00}{00}$; quando si ponga

$$x = 3\lambda - 2\tfrac{1}{2}\lambda = \tfrac{1}{2}\lambda,$$

evidentemente assegnamo ad x un valore che è un limite superiore del vero, e che può essere assunto come esatto solo quando il suo valore sia assai piccolo relativamente agli altri valori coi quali entra in comparazione nelle valutazioni.

Sul tronco di ferrovia da Pontedecimo a Busalla, la cui pendenza massima è il 35 p.$\frac{00}{00}$, si adoperano locomotive doppie il cui peso tutto aderente è di 55 o 66 tonellate: consideriamo la locomotiva di 55 tonellate; ritenuto il coefficiente medio di aderenza eguale ad $\frac{1}{9}$ sul tratto di inclinazione 0,035 per metro, troviamo che il convoglio medio è di tonellate 97,6 radice dell' equazione

$$(55 + y)(0{,}035 + 0{,}005) = \tfrac{1}{9}\,55$$

nella quale y rappresenta il peso del convoglio medio; quindi

P_1, semi-convoglio rimorchiato da una locomotiva di $27\frac{1}{2}$ tonellate senza carro d' approvisionamento, è eguale a 49.

Sia frattanto P il peso di un convoglio rimorchiato da una locomotiva di peso

$$\text{tonellate } (27\tfrac{1}{2} + 18),$$

essendo 18 il peso del carro d' approvvisionamento.

Determiniamo il valore di P, lasciando indeterminato il valore del rapporto ρ della deteriorazione della via sull' inclinazione media del 30 p. $\frac{00}{00}$ sul binario di ascesa, alla deteriorazione sul binario inclinato del 10 p. $\frac{00}{00}$:. ricordando che la spesa di deteriorazione della via pel passaggio di una locomotiva pesante $27\frac{1}{2}$ tonellate è L. 0,290, e che ciascuna tonellata del carro d' approvvisionamento e dei veicoli importa una spesa di L. 0,0007, otteniamo:

Spesa sull'inclinazione del 10 p. $\frac{00}{00} = (P + 18)\,0{,}0007 + 0{,}290$

» » » 30 p. $\frac{00}{00} = 0{,}290\,\frac{P}{P_1} + 0{,}0007\,P$,

essendo $\frac{P}{P_1}$ il numero delle locomotive senza carro d' approvvisionamento, e pesanti $27\frac{1}{2}$ tonellate, necessario per rimorchiare il convoglio di peso P sull' inclinazione del 30 p. $\frac{00}{00}$. Dobbiamo avere quindi:

$$0{,}290\,\frac{P}{P_1} + 0{,}0007\,P = \rho\,\{(P + 18)\,0{,}0007 + 0{,}290\}:$$

sostituito in luogo di P_1 il suo valore 49 e dedotto P, abbiamo dopo le riduzioni numeriche,

$$P = \frac{0{,}3026\,\rho}{0{,}0066 - 0{,}0007\,\rho}$$

onde

$$\frac{P}{P_1} = \frac{1}{P_1}\,\frac{0{,}3026\,\rho}{0{,}0066 - 0{,}0007\,\rho}.$$

Vedesi che, nei limiti, nei quali queste equazioni debbono essere considerate, tanto P quanto il rapporto $\frac{P}{P_1}$ sono crescenti quando ρ cresce: se facciamo $\rho = 2\frac{1}{2}$ abbiamo

$$P = 154 \quad e \quad \frac{P}{P_1} = 3,143.$$

Il coefficiente di aderenza necessario sulla pendenza del 10 p. $\frac{00}{00}$ onde una locomotiva di $27\frac{1}{2}$ tonellate mista remorchi un convoglio di 154 tonellate è 0,11 cioè $\frac{1}{9}$, limite medio senza eccezione, mentre il rapporto $\frac{P}{P_1}$, il quale con dati approssimati avevamo ottenuto eguale a $\frac{142}{53} = 2,679$ ed avevamo poi posto eguale a 3, è effettivamente un momento più grande di 3.

Per valori di ρ maggiori di $2\frac{1}{2}$ avrebbesi per P un numero non conciliabile con le esigenze dell' aderenza, mentre valori minori non sono conciliabili con l' esistenza dell' inferiore dei suoi limiti $2\frac{1}{2}$ e 3.

Ciò premesso, posto per semplificazione di scrittura

$$m = 0,3026 \qquad r = 0,0066 \qquad s = 0,0007,$$

ed osservato che la spesa di deteriorazione della via dovuta al passaggio della locomotiva attaccata al carro d' approvvisionamento, spesa eguale a

$$0,290 + 0,0007 \times 18 = 0,3026,$$

non è altro che la quantità denotata con m, otteniamo

$$\lambda = m \left\{ 1 + \frac{0,0007\,\rho}{r - s\rho} \right\},$$

e quindi

$$x = \frac{1}{2} m \left\{ 1 + \frac{0,0007\,\rho}{r - s\rho} \right\}:$$

frattanto il valore di T, peso frenante il treno di peso

$$\frac{P}{P_1}\Pi + P$$

alla discesa sulla pendenza del 30 p. $\frac{00}{00}$, è

$$T = 0,025\,k \left\{ \frac{P}{P_1}\Pi + P \right\},$$

ove k è il coefficiente d'attrito; abbiamo dunque come limite superiore di p, spesa di deteriorazione della via dovuta all'azione dei freni supplementarii alla discesa, e per tonnellata di peso frenante

$$\frac{x}{T} = \frac{\frac{1}{2}\frac{m}{P}\left\{1 + \frac{0,0007\,\rho}{r - s\rho}\right\}}{0,025\,k\left(1 + \frac{\Pi}{P_1}\right)}:$$

ossia, posto in luogo di P il suo valore $\frac{m\rho}{r - s\rho}$,

$$\frac{x}{T} = \frac{1}{0,05\,k}\,\frac{\left(\frac{r}{\rho}\right)}{1 + \frac{\Pi}{P_1}}$$

Ora r, che non è altro se non

$$\frac{0,290}{P_1} + 0,0007,$$

e quindi la spesa della deteriorazione della via pel passaggio del treno

$$\Pi + P_1$$

riferita all' unità di peso del carico P_1, è eguale a 0,0066: se ne deduce,

$$\text{posto } \rho = 2,5 \quad k = 8 \quad \text{e} \quad \frac{\Pi}{P_1} = \frac{27\frac{1}{2}}{49} = \frac{4}{7} \text{ app.}^{\text{te}},$$

$$\frac{x}{T} = 0,0042.$$

Valore insensibilmente differente da quello trovato al § 5 del Cap. II.

Nelle applicazioni che seguono prenderemo

$$p = 0,0047$$

e nelle formule generali conserveremo quindi al coefficiente B_1 che ne dipende il valore assegnatoli 0,0188: ciò perchè il limite inferiore di ρ non è stato determinato in una maniera assoluta; per $\rho = 2$ p. es. si avrebbe

$$P = 116,4:$$

il coefficiente medio di aderenza riuscirebbe di $\frac{1}{11}$ fra Genova e Pontedecimo, e questo valore è almeno il limite inferiore del coefficiente medio di aderenza effettivo.

Otterrebbesi frattanto

$$\frac{x}{T} = 0,005.$$

Nell' incertezza, e poichè nessun altro uso abbiamo fatto dei dati relativi alla deteriorazione della via sul piano inclinato dei Giovi, crediamo prudente tenere invariato il valore di p adoperato sempre nel corso della Memoria.

NOTA

SULLA PIU' CONVENIENTE INCLINAZIONE DELL' ASSE STRADALE DELLE FERROVIE DI MONTAGNA

—

I.

Non abbiamo nella precedente Memoria fatto parola di soluzioni generali e pratiche relativamente ai tracciati ferroviarii fra determinate località, tra cui cada un' estesa catena di montagne. La difficoltà che vuole in tal quistione esser superata consiste principalmente nella determinazione del costo di costruzione della via in funzione della differenza di livello tra il punto culminante e le due stazioni rispettivamente, a partire dalle quali la pendenza sui due versanti rimane costante fino al punto di elevatezza massima, sebbene possa essere diversa su ciascuno versante.

Qualora questa funzione fosse nota, rappresentata per mezzo del simbolo

$$F(V - v,\ V - v',\ h,\ h')$$

ove sieno

$v\ v'\ V$ le ordinate delle stazioni estreme e del punto culminante rispettivamente:

$h\ h'$ le pendenze uniformi sui due versanti;

l'interesse e l'ammortizzazione annuali del costo di costruzione costituirebbero una somma definita da

$$i\,F \qquad \text{(Cap. IV, § 4)}$$

Le ordinate

$$v\ v'$$

sono in generale quantità date, onde F è in definitiva funzione delle variabili

$$V\ h\ h'.$$

Inoltre in molti casi è determinato uno dei valori h o h', quello che corrisponde alla valle meno depressa, e lungo la quale non debbesi cercare svolgimento di via allacciando valli secondarie; talora può esser data altresì l'ordinata V del punto culminante: tuttavia la funzione F non potrà essere ottenuta che per via di interpolazione, partendo da valori noti della medesima, e corrispondenti a tracciati preventivi di massima, entro i limiti dei quali, siaci concessa questa brevità di espressione, cada il tracciato più conveniente.

Serbati frattanto i simboli adottati nel corso della Memoria ricordiamo che abbiamo

$$\nu_0 = A''S + B'' \qquad \text{(Cap. III, § 7)}$$

$$365\,\nu_0\,\Pi = \frac{AS + B}{\lambda f - r - h}(r + h), \quad \text{(Cap. IV, § 1)}$$

e che A_1, spesa chilometrica relativa alla locomotiva di peso Π, può mettersi sotto la forma

$$M + N\Pi. \qquad \text{(Cap. IV, § 5).}$$

Eliminata la Π dalla formula esprimente (Cap. IV, § 8) le spese d'esercizio lungo la via d'inclinazione h esercitata con una locomotiva atta a superare l'inclinazione h_1, col porre, in luogo di A_1 il precedente valore, ed in luogo di $\nu_0\Pi$ il suo valore

$$\frac{(AS+B)(r+h_1)}{\lambda f - r - h_1};$$

posto poscia in luogo di ν_0, fattore di M, il suo valore

$$A''S + B'';$$

rappresentata inoltre con

$$V - v$$

la differenza di livello tra gli estremi del tronco; le spese d'esercizio ne sono espresse nella loro totalità dalla forma

$$\frac{V-v}{10^5}\,\frac{W_0 + W_1 h + W_2 h_1 + W_3 h h_1}{h(\lambda f - r - h_1)} \qquad (1)$$

ove, assunto dapprima

$$W_{00} = r\left\{\frac{N}{365} - rB_1\right\}(AS+B)$$

$$W_{01} = \left\{\frac{m}{2} - r(B_1+C_1)\right\}(AS+B) + A'S + B' + M(A''S+B'')$$

$$W_{10} = \left\{\frac{m}{2} + rB_1\right\}(AS+B)$$

$$W_{11} = \left\{\frac{m}{2r} + B_1 + C_1\right\}(AS+B)$$

$$W_{20} = \left\{\frac{N}{365} - \frac{m}{2} + rC_1\right\}(AS+B) - (A'S+B') - M(A''S+B'')$$

$$W_{30} = -C_1(AS+B),$$

devesi porre

$$W_0 = W_{00} + W_{01}(\lambda f - r)$$
$$W_1 = W_{10} + W_{11}(\lambda f - r)$$
$$W_2 = W_{20}$$
$$W_3 = W_{30}.$$

Se l' esercizio viene fatto con una locomotiva corrispondente alla pendenza h, dobbiamo fare

$$h_1 = h$$

nella formula (1), la quale diviene

$$\frac{V - v}{10^3} \quad \frac{W_0 + (W_1 + W_2)h + W_3 h^2}{h(\lambda f - r - h)}. \tag{2}$$

Poniamo per brevità:

$$G(h, h_1) = W_0 + W_1 h + W_2 h_1 + W_3 h h_1$$
$$G_1(h) \quad = W_0 + (W_1 + W_2)h + W_3 h^2$$
$$\lambda f - r = h_0:$$

Le espressioni (1) e (2) assumono rispettivamente la forma

$$\frac{V - v}{10^3} \quad \frac{G(h, h_1)}{h_0 h - h_1 h} \qquad \frac{V - v}{10^3} \quad \frac{G_1(h)}{h_0 h - h^2}.$$

II.

Ritorniamo frattanto alla questione principale: le spese d' esercizio totali su due tratte d' inclinazione diversa, comprese fra un punto culminante e due stazioni inferiori vanno

considerate in tre casi distinti; o l' esercizio è fatto su entrambe con la locomotiva corrispondente alla maggiore delle due pendenze h ed h', ed allora, secondo che

$$h \gtrless h',$$

esse spese totali sono definite dalle formule

$$iF + \frac{V-v}{10^3}\frac{G_1(h)}{h_0 h - h^2} + \frac{V-v'}{10^3}\frac{G(h'h)}{h_0 h' - hh'} \qquad (a)$$

$$iF + \frac{V-v}{10^3}\frac{G_1(hh')}{h_0 h - h'h} + \frac{V-v'}{10^3}\frac{G_1(h')}{h_0 h' - h'^2}; \qquad (b)$$

ovvero su ciascuna tratta viene adoperato il motore corrispondente, ed in tal caso le medesime spese sono definite dalla formula

$$iF + \frac{V-v}{10^3}\frac{G_1(h)}{h_0 h - h^2} + \frac{V-v'}{10^3}\frac{G_1(h')}{h_0 h' - h'^2} \qquad (c).$$

Si tratta pertanto di determinare le variabili

$$V \; h \; h',$$

ovvero due o una sola tra queste, in modo che abbiasi la massima economia.

Si comprende quindi che, come dicevamo, la difficoltà principale consiste nella costruzione della funzione F, cioè nell' esprimere il costo totale di costruzione del tronco a pendenza e contropendenza per mezzo delle variabili.

Ed in vero, l' inclinazione della via lungo le due valli opposte, e l' altezza sul livello dei mari del punto culminante, influiscono ad un tempo sul costo chilometrico e sul totale; sul chilometrico perchè più rapida sarà l' ascesa, o meglio, più l' ascesa seguirà l' andamento della valle verso il monte,

e minori generalmente parlando saranno le difficoltà tecniche a superarsi; più elevato sarà il punto culminante, più breve a sua volta riuscirà la lunghezza della galleria principale, ma a parità d'inclinazione lo svolgimento della via aumenterà.

Le incomposte forme della località alpestri, con un persistente studio dei sistemi idrografici e corografici, breve a breve nella mente dell' ingegnere cedono il posto ad un' ideale quasi diremmo geometrico; termina egli con dimenticare quasi le strette gole in strapiombo sulla valle, i dirupi, le solcature delle valli secondarie, gl' ineguali e turtuosi dorsi, per fissare la sua attenzione sull'unità della massa: ed è allora che sulla superficie di questa forma generale, la quale ha concepito, può immaginare tracciati diversi, ciascuno dei quali avrà in generale il punto culminante allo sbocco della galleria principale dal lato della valle più dolcemente discendente. Frattanto se per via di confronto di analogie e di esperimentato criterio, condotta la questione ai termini precedenti, riusciamo a determinare almeno con sufficiente approssimazione il costo di costruzione correlativo a ciascun tracciato, ci si potranno immaginare forme della funzione F proprie a rappresentarlo, e stabilire, come dicevamo già, per via di interpolazione i coefficienti numerici di una di esse forme; della più idonea allo scopo, affine d' impiegarla poscia nel modo sopra indicato. Non va tuttavia dimenticato che, affinchè la soluzione sia attendibile, ei fa d' uopo che i valori di

$$V \quad h \quad h'$$

per essa in definitiva ottenuti, sieno rispettivamente compresi tra quelli, che sono stati adoperati nella costruzione di F.

Consideriamo in primo luogo due tracciati distinti pei quali sia diversa l' ordinata del punto culminante, e sieno inoltre

per un tracciato entrambi elevati, per l'altro entrambi molto ridotti i valori di h ed h'.

Denominiamo:

h_0 h'_0 i valori particolari di h e di h' per uno dei tracciati;
V_0 l'ordinata del punto culminante;
C_0 e C'_0 il costo chilometrico dei due tronchi, distinti dal punto di elevatezza massima, riferendo però al costo delle parti fuori della lunga galleria quello delle parti che vi rientrano;
C''_0 il costo totale in più richiesto per la lunga galleria.

Rappresentiamo ancora con

$$h_1 \ h'_1 \ V_1 \qquad C_1 \ C'_1 \ C''_1$$

gli elementi che ai precedenti corrispondono per l'altro tracciato.

Consideriamo altresi due altri tracciati della stessa natura, e denominiamo rispetto a questi

$$h_2 \ h'_2 \ V_2 \qquad C_2 \ C'_2 \ C''_2$$

$$h_3 \ h'_3 \ V_3 \qquad C_3 \ C'_3 \ C''_3$$

gli elementi correlativi a quelli considerati per i primi due tracciati.

I due sistemi distinti di doppio tracciato sieno altresi scelti in modo che possa presumersi intercedere tra il più depresso ed il più elevato punto culminante quello che corrisponde al tracciato di maggiore convenienza.

Denominiamo in ultimo

$$h \ h' \ V \qquad C \ C' \ C''$$

gli elementi correlativi ai precedenti, per un tracciato qualsiasi interposto tra i tracciati dei due sistemi, e poniamo

$$C = \gamma + h\,\xi(V)$$
$$C' = \gamma' + h'\xi'(V)$$
$$C'' = \omega(V),$$

ritenendo che γ e γ' sieno costanti rispetto ad

$$h \; h' \text{ e } V,$$

e che

$$\xi(V) \quad \xi'(V) \quad \omega(V)$$

sieno funzioni della sola V.

Applicando una nota formula d'interpolazione, vediamo che se facciamo

$$\xi(V) = \frac{C_0 - \gamma}{h_0}\,\frac{(V - V_1)(V - V_2)}{(V_0 - V_1)(V_0 - V_2)} + \frac{C_1 - \gamma}{h_1}\,\frac{(V - V_2)(V - V_0)}{(V_1 - V_2)(V_1 - V_0)}$$
$$+ \frac{C_2 - \gamma}{h_2}\,\frac{(V - V_0)(V - V_1)}{(V_2 - V_0)(V_2 - V_1)},$$

il valore di C definito dall'equazione

$$C = \gamma + h\,\xi(V)$$

diviene C_0 C_1 C_2 per le sostituzioni

$$(h_0\,V_0) \quad (h_1\,V_1) \quad (h_2\,V_2):$$

inoltre la sostituzione (h_3, V_3, C_3) ci darà il valore della costante γ.

La forma

$$C = \gamma + h\,\xi(V)$$

ove $\xi(V)$ è un polinomio di 2° grado potrà riuscire idonea a rappresentare approssimativamente il costo chilometrico per

diversi valori di h e di V, particolarmente se i quattro punti culminanti corrispondenti alle ordinate

$$V_0 \; V_1 \; V_2 \; V_3$$

sono stati scelti presso a poco equidistanti e convenientemente vicini.

In egual maniera potranno esser definite nei loro coefficienti numerici le altre due

$$C' = \gamma' + h' \xi'(V)$$
$$C'' = \omega(V)$$

ove $\xi'(V)$ è di 2° grado e $\omega(V)$ di 3° rispetto a V.

Potremo in tal caso prendere F definita dalla forma

$$F = \left\{ \gamma + h\xi(V) \right\} \frac{V-v}{10^3 h} + \left\{ \gamma' + h' \xi'(V) \right\} \frac{V-v'}{10^3 h'} + \omega(V).$$

Tuttavia quando l'inclinazione dell'asse stradale debba essere la stessa sui due versanti, potremo limitarci ad esprimere F per mezzo della formula

$$F = \left\{ \gamma + h\xi(V) \right\} \frac{2V - v - v'}{10^3 h} + \omega(V).$$

Affine di facilitare gli svolgimenti ulteriori converremo di rappresentare le funzioni

$$\xi(V) \quad \xi'(V) \quad \omega(V)$$

nel modo seguente

$$(0) \ldots \begin{cases} \xi(V) = \xi_0 + \xi_1 V + \xi_2 V^2 \\ \xi'(V) = \xi'_0 + \xi'_1 V + \xi'_2 V^2 \\ \omega(V) = \omega_0 + \omega_1 V + \omega_2 V^2 + \omega_3 V^3, \end{cases}$$

ove naturalmente le quantità affette da' indici nei secondi membri sono numeriche.

III.

Esaminiamo dapprima il caso in cui i due tronchi a contropendenza debbano essere esercitati con lo stesso motore, e vediamo come possono determinarsi

$$h\ h'\ V$$

in modo che la spesa totale, compreso l' interesse e compresa l'ammortizzazione del capitale di costruzione, sia minima.

Se riteniamo che il motore sia quello necessario e sufciente a vincere la pendenza h, la parte dipendente da h' della spesa totale è

$$\frac{V-v'}{10^3}\left\{\frac{i\gamma'}{h'}+\frac{G(h'h)}{(h_0-h)h'}\right\} \qquad (1)$$

la quale svolta diviene

$$\frac{V-v'}{10^3}\ \frac{W_0+i\gamma' h_0+(W_1-i\gamma')h+(W_2+W_3 h)h'}{(h_0-h)h'}.$$

La derivata prima di questa espressione rispetto ad h', sostituiti per W_0 e W_1 i loro valori espressi per

$$W_{00}\ W_{10}\ W_{01}\ W_{11},$$

i quali riescono in generale positivi, è

$$-\frac{V-v'}{10^3}\ \frac{W_{00}+W_{01}+(W_{01}+W_{11})h_0+v\gamma'(h_0-h)}{(h_0-h)h'^2};$$

e siccome

$$h_0 > h$$

ne segue che la (1) è funzione decrescente di h'; d' altra parte, dovendosi adoperare il motore corrispondente all' inclinazione h, non può farsi

$$h' > h;$$

ne segue che qualunque sieno i valori di h e V, la massima convenienza è che si abbia

$$h' = h:$$

così rimane stabilita questa proposizione:

Quando una ferrovia di montagna deve essere in tutto il percorso a forte pendenza esercitata con lo stesso motore, la spesa minima richiede come condizione che la pendenza sia uniforme.

Non sempre è possibile tuttavia sodisfare a questa condizione; ma intorno a casi speciali ci tratteremmo in seguito.

Nel caso in cui $h = h'$, la spesa totale potrà esprimersi per mezzo della formula

$$\left\{ i\gamma_0 + i\,h \cdot \xi(\mathrm{V}) \right\} \frac{2\mathrm{V} - v - v'}{10^3 h} + \frac{2\mathrm{V} - v - v'}{10^3 h} \frac{\mathrm{G}_1(h)}{h_0 - h} + i\omega(\mathrm{V})$$

ossia

$$(a_1) \frac{2\mathrm{V} - v - v'}{10^3} \left\{ \frac{i\gamma_0}{h} + \frac{\mathrm{G}_1(h)}{h_0 - h} \right\} + \frac{(2\mathrm{V} - v - v')}{10^3} i\xi(\mathrm{V}) + i\omega(\mathrm{V}).$$

Consideriamo ora il caso in cui le inclinazioni h ed h' debbano essere superate rispettivamente coi motori a ciascuna correlativi: l' espressione totale della spesa è

$$(b_1) \begin{cases} \dfrac{\mathrm{V} - v}{10^3} \left\{ \dfrac{i\gamma_0}{h} + \dfrac{\mathrm{G}_1(h)}{h(h_0 - h)} \right\} + \dfrac{\mathrm{V} - v'}{10^3} \left\{ \dfrac{i\gamma'}{h'} + \dfrac{\mathrm{G}_1(h')}{h'(h_0 - h')} \right\} \\ \qquad + \dfrac{\mathrm{V} - v}{10^3} i\xi(\mathrm{V}) + \dfrac{\mathrm{V} - v'}{10^3} i\xi'(\mathrm{V}) + i\omega(\mathrm{V}). \end{cases}$$

In entrambi i casi se voglionsi determinare le variabili in maniera che la spesa totale sia minima, vedesi dalle espressioni (a_1) e (b_1) che la determinazione di h o di h' non dipende da h' o da h, nè da V; perocchè queste variabili debbono assumere valori che rendano minime le espressioni di eguale forma:

$$\frac{i\gamma}{h} + \frac{G_1(h)}{h(h_0 - h)} \qquad \frac{i\gamma'}{h'} + \frac{G_1(h')}{h'(h_0 - h')}.$$

Ne segue che h ed h' sono rispettivamente ciò che Freycinet [1] ha denominato *pendenza economica:* solo ci sembra di dovere avvertire qui, che nella sua valutazione sia d' uopo assumere per γ un coefficiente numerico determinato con tenere conto dell' altezza, la quale con la medesima pendenza deve essere superata, come proponiamo.

Se facciamo

$$Z_0 = W_1 + W_2 - i\gamma + W_3 h_0$$
$$Z_1 = W_0 + i\gamma h_0,$$

il valore di h che rende minima l' espressione

$$\frac{i\gamma}{h} + \frac{G_1(h)}{h(h_0 - h)}$$

è definito dall' equazione

$$Z_0 h^2 + 2 Z_1 h - Z_1 h_0 = o. \qquad (c_1)$$

Freycinet ha chiamato h_0 pendenza d' equilibrio, perchè è questa quella sulla quale soltanto l' ascesa della locomotiva è possibile, e sulla quale conseguentemente il movimento dei convogli non può più aver luogo.

[1] C. Freycinet. *Des pentes économiques en chemins de fer.* Paris 1861.

Frattanto risoluta l' equazione (c_1) rispetto ad h otteniamo

$$h = \frac{h_0}{1 + \sqrt{1 + \frac{Z_0}{Z_1} h_0}}, \qquad (d_1)$$

restando esclusa la soluzione che corrisponde all' altro segno del radicale: poniamo in evidenza nelle espressioni di Z_0 e di Z_1 il prodotto lordo chilometrico S, una delle basi principali delle nostre ricerche nella Memoria che precede, e facciamo perciò

$$Z_0 = (p h_0 + p') S - i\gamma + q h_0 + q'$$
$$Z_1 = (a h_0 + a') S + i h_0 \gamma + b h_0 + b':$$

tenendo conto dei valori di

$$W_{00} \; W_{01} \ldots\ldots$$

abbiamo

$$a = \left\{\frac{m}{2} - r(B_1 + C_1)\right\} A + A' + M A''$$
$$a' = r\left\{\frac{N}{365} - r B_1\right\} A$$
$$b = \left\{\frac{m}{2} - r(B_1 + C_1)\right\} B + B' + M B''$$
$$b' = r\left\{\frac{N}{365} - r B_1\right\} B$$
$$p = \left\{\frac{m}{2r} + B_1\right\} A$$
$$p' = \left\{\frac{N}{365} + \frac{m}{2}\right\} A - a$$
$$q = \left\{\frac{m}{2r} + B_1\right\} B$$
$$q' = \left\{\frac{N}{365} + \frac{m}{2}\right\} B - b.$$

Sostituiti in queste espressioni i valori numerici proprii per una ripartizione del prodotto lordo chilometrico, quale è quella che abbiamo adoperato nel Cap. IV [1], abbiamo

$$a = 0{,}3107 \qquad a' = 0{,}0018$$
$$b = 1247{,}5 \qquad b' = 5{,}5656$$
$$p = 3{,}9917 \qquad p' = 0{,}0608$$
$$q = 12638 \qquad q' = -71{,}3.$$

Le espressioni Z_0 e Z_1 dipendono da h_0 e quindi dal coefficiente di aderenza f: se poniamo $\lambda = 1$ ed $r = 0{,}005$, si hanno i coefficienti dipendenti da h_0 nelle medesime espressioni e relativi ad

$$f = \frac{1}{15}, \quad \frac{1}{12}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{8}, \quad \frac{1}{4}$$

definiti nel seguente quadro:

Valori di f =	0,071	0,083	0,100	0,125	0,167
» » h_0 =	0,066	0,078	0,095	0,120	0,162
» » $ph_0 + p'$ =	0,3242	0,3722	0,4400	0,5398	0,7075
» » $qh_0 + q'$ =	762,8	914,5	1129,1	1445,1	1975,9
» » $ah_0 + a'$ =	0,0223	0,0260	0,0313	0,0391	0,0521
» » $bh_0 + b'$ =	87,89	102,87	124,077	155,26	207,66

Nel valore di h valutato per mezzo della formula (d) va compresa la resistenza delle curve trasformata in acclività di via. (Nota a pag. 661).

La formula

$$h = \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{Z_0}{Z_1} h_0}},$$

avuto riguardo alle forme di Z_0 e Z_1, mostra bene in quale

[1] I valori di A'' e B'' adoperati, sono rispettivamente

$$A'' = 0{,}0003283 \qquad B'' = 3{,}4432$$

maniera il costo chilometrico di costruzione ed il prodotto lordo chilometrico influiscono sul valore della pendenza economica: vedesi facilmente che l'espressione

$$\frac{Z_0}{Z_1} h_0$$

è decrescente col crescere di γ, e verificasi che cresce con S: il massimo ed il minimo valore di h corrispondono quindi a

$$\gamma = \infty \quad \text{ed} \quad S = \infty,$$

e sono per conseguenza

$$h_0 \text{ ed } \frac{h_0}{1+\sqrt{1+\frac{p h_0 + p'}{a h_0 + a'} h_0}}, \qquad (e_1)$$

variando frattanto h nello stesso verso di γ, ed in verso contrario ad S.

Il valore di h' sarà dato dalla medesima formula cambiata la γ nella γ'.

Nello studio dei tracciati di massima che debbono servire alla costruzione di F, e quindi anche alla determinazione dei coefficienti numerici γ e γ', la pendenza dovrà assumersi compresa fra i limiti (e).

In generale la pendenza economica cresce col crescere dell' aderenza: nell' espressione

$$h = \frac{h_0}{1+\sqrt{1+\frac{Z_0}{Z_1} h_0}},$$

finchè h_0 rimane entro limiti poco discosti, possiamo riguardare il rapporto $\frac{Z_0}{Z_1}$ come costante rispetto ad h_0, ed eguale a quello che corrisponde al valore medio di h_0 entro i medesimi limiti, o ciò che torna lo stesso al valore medio di

$\frac{Z_0}{Z_1}$ tra questi stessi limiti; quindi notato con α questo valore medio di $\frac{Z_0}{Z_1}$, possiamo prendere per formula della pendenza economica

$$h = \frac{h_0}{1 + \sqrt{1 + \alpha h_0}},$$

chè è radice dell' equazione

$$\alpha h^2 + 2h - h_0 = 0$$

e dove

$$1 + \alpha h_0 > 0.$$

Ora abbiamo, per differenziazione, dalla penultima eguaglianza

$$\frac{dh}{dh_0} = \frac{1}{2(1 + \alpha h_0)},$$

e siccome $h_0 > h$, il secondo membro è positivo.

IV.

I valori di h e di h' ottenuti serviranno a trovare il peso e l' estensione della superficie scaldata dei motori, quando l' esercizio non debba esser fatto con un coefficiente d' aderenza diverso da quello che è stato adoperato per valutare la pendenza economica.

L' espressione

$$\frac{i\gamma}{h} + \frac{G_1(h)}{h(h_0 - h)}$$

che rappresenteremo con M può mettersi sotto la forma

$$M = \frac{a_1 S + b_1 + (a'_1 S + b'_1)h - C_1(AS + B)h^2}{h(h_0 - h)}$$

ove

$$a_1 = a h_0 + a' \qquad b_1 = (b + i\gamma) h_0 + b'$$

$$a'_1 = (p + C_1 A) h_0 + p' \qquad b'_1 = (q + C_1 B) h_0 + q' - i\gamma$$

$a\ a'\ b\ b'$ ecc. essendo gli elementi definiti a pag. 721: abbiamo quindi in generale

$$M = \frac{Z_1 + h Z_0}{h(h_0 - h)} + C_1 (A S + B),$$

e se h è la pendenza economica, in grazia dell' equazione di condizione

$$Z_0 h^2 + 2 Z_1 h - Z_1 h_0 = 0;$$

$$M = \frac{Z_1}{h^2} + C_1 (A S + B).$$

Il prodotto Mh rappresenta in tutti i casi l' entità delle spese d' esercizio chilometriche, compreso l' interesse della parte γ del costo chilometrico di costruzione; quindi le spese d' esercizio effettive, compreso l' interesse e l' ammortizzazione del costo del materiale mobile, sono definite dalla formula

$$M h - i\gamma.$$

Le equazioni poi, che definiscono i valori di V i quali rendono minima la spesa totale, si ottengono nei due casi distinti eguagliando a zero le derivate delle espressioni (a_1) e (b_1) prese rispetto a V.

Queste equazioni sono:

$$(a_2) \qquad i(2V - v - v') \frac{d\xi}{dV} + 2 i\xi + 10^3 i \frac{d\omega}{dV} + 2M = 0$$

$$(b_2)\ i(V - v) \frac{d\xi}{dV} + i(V - v') \frac{d\xi'}{dV} + i(\xi + \xi') + 10^3 i \frac{d\omega}{dV} + M + M' = 0,$$

e posto

$$c_{12} = 2\xi_2 + 1000\,\omega_3$$
$$c_{11} = 2\xi_1 - \xi_2\,(v + v') + 1000\,\omega_2$$
$$c_{10} = 2\xi_0 - \xi_1\,(v + v') + 1000\,\omega_1 + 2\,\frac{M}{i}$$

$$c_{22} = (\xi_2 + \xi_2') + 1000\,\omega_3$$
$$c_{21} = (\xi_1 + \xi_1') - (\xi_2 v + \xi_2' v') + 1000\,\omega_2$$
$$c_{20} = (\xi_0 + \xi_0') - (\xi_1 v + \xi_1' v') + 1000\,\omega_1 + \frac{M + M'}{i}$$

le equazioni che definiscono V nei due casi distinti sono

$$3\,c_{12}\,V^2 + 2\,c_{11}\,V + c_{10} = 0 \qquad (a_3)$$
$$3\,c_{22}\,V^2 + 2\,c_{21}\,V + c_{20} = 0. \qquad (b_3)$$

I primi membri di queste sono, senza la soppressione di alcun fattore o divisore, le stesse derivate dalle funzioni (a_1) e (b_1); quindi il valore di V definito dalle (a_3) e (b_3), e proprio alla soluzione della questione posta, il quale perciò deve essere positivo, corrisponde ad un minimo se per esso valore

$$3\,c_{12}\,V + c_{11} > 0$$
$$3\,c_{22}\,V + c_{21} > 0$$

nei due casi distinti: cresce o decresce continuamente la spesa col crescere di V tra determinati limiti, quando, tra i medesimi limiti, le (a_3) (b_3) non abbiano radici positive sodisfacenti alle precedenti ineguaglianze.

Se invece di quattro tracciati di massima se ne avessero un numero diverso, il grado delle equazioni (a'') (b'') riuscirebbe in generale eguale al numero dei tracciati che hanno servito a costrurre le

$$\xi(V) \quad \xi'(V) \quad \omega(V)$$

diminuito di 2 unità; così sono di 1° grado quando i tracciati di massima sono 3: in tal caso devesi fare nelle formole generali

$$\omega_3 = 0 \quad \xi_2 = 0 \quad \xi'_2 = 0.$$

Nello stabilire il costo chilometrico C e C′ od il costo C″ ci fa d'uopo tener conto dell'interesse correlativo alla durata della costruzione, perchè in molti casi può avere una non indifferente importanza.

V.

Esempio 1.°:

$$v = 300 \quad v' = 450 \quad S = 50000 \ (^1)$$

Elementi di 4 tracciati di massima con ricerca di svolgimento di via.

Valori di V	700ᵐ	1100ᵐ	1500ᵐ	1900
» » h	0,03	0,06	0,03	0,06
» » C	300000	350000	450000	500000
» » C″	60 000 000	36 000 000	12 000 000	6 000 000.

Con questi dati otteniamo

$$\gamma = + 437500 \qquad \omega_3 = + \frac{3}{64}$$

$$\xi_2 = - 3,90625 \qquad \omega_2 = - \frac{9900}{64}$$

$$\xi_1 = + 14843,7496 \qquad \omega_1 = + \frac{6570000}{64}$$

$$\xi_0 = - 13059895,08 \qquad \omega_0 = + \frac{3063000000}{64},$$

Trattandosi di determinare le accidentalità fondamentali della via ci fa d'uopo assumere un coefficiente di aderenza,

(¹) Prodotto lordo chilometrico valutato in base delle tariffe ordinarie.

che lasci margine a tutta la eventualità: nell'esercizio i coefficienti $\frac{1}{10}$ ed $\frac{1}{8}$ sono proprii per le linee a forti pendenze, sulle quali l' aderenza può esser sempre convenientemente utilizzata, mentre che non è così sulle linee di pianura, ove discenda fino ad essere in termine medio $\frac{1}{16}$ del peso aderente. Giudichiamo stare in giusti limiti determinando la pendenza economica nell' ipotesi di

$$\lambda = 1 \qquad f = 0,083 = \tfrac{1}{12} \text{ circa} \qquad r = 0,005:$$

l' altezza del punto culminante ne dipenderà, e così tutta la costruzione sarà in stretta connessione col valore adottato per f. Inoltre nel derminare le fondamentali particolarità di costruzione assumeremo per S un valore maggiore del prodotto lordo chilometrico attualmente presunto, portandolo al doppio. Porremo inoltre $i = 0,0544$.

Coi dati della questione ed in seguito ai valori numerici ora indicati otteniamo

$$h = 0,036863 \qquad M = 3.422.219,$$

e l' equazione che definisce l' altezza del punto culminante diviene

$$V^2 - 2\ 1041,69\ V + 1631747 = 0$$

la quale ha le radici immaginarie: d' altra parte

$$c_{12} = + 39,0625:$$

la spesa chilometrica totale è dunque crescente col crescere dell' altezza del punto culminante almeno al disopra di 700 metri, mentre nulla possiamo affermare rispetto a punti culminanti con ordinata inferiore a 700^m, che non cadono tra i dati della questione posta.

Tuttavia qualunque sia l' altezza del punto culminante da adottarsi, essa deve essere raggiunta con la pendenza di 0,0369 per metro la quale deve essere ridotta dalla parte dovuta alla resistenza delle curve.

Se supponiamo che le curve compongano $\frac{2}{3}$ dell' asse stradale ed abbiano il raggio di 300 metri, la riduzione a farsi su di h è, per una velocità di 20 chilometri all' ora, 0,001778, e quindi la pendenza effettiva dell' asse stradale deve essere

$$0,035.$$

Nell' esempio seguente vedremo le altre particolarità dell' esercizio dipendenti da γ, da h e da M, le quali a questo letteralmente possono essere riferite.

Esempio 2.° — Modifichiamo frattanto un solo dei dati dell' esempio precedente, ponendo eguale a 120 milioni il primo valore di C″ che era 60 milioni. Con la modificazione di questo dato rimangono invariati i valori di

$$\gamma \; \xi_2 \; \xi_1 \; \xi_0$$

ed i risultati

$$h \text{ ed } M.$$

Otteniamo poi

$$\omega_3 = -\frac{7}{64} \qquad \omega_1 = +\frac{59330000}{64}$$

$$\omega_2 = +\frac{35100}{64} \qquad \omega_0 = +\frac{34.413.000000}{64}.$$

L' equazione che definisce l'altezza del punto culminante diviene

$$V^2 - 2\,1652,777\,V + 2\,384\,982 = 0$$

la quale ha per radici

$$1063,965 \qquad 2241,589:$$

e siccome

$$c_{12} = -117,1875 \qquad c_{11} = 581054,5,$$

ne segue che il punto culminante corrispondente al *minimum* delle spese ha per ordinata

$$V = 1064^m.$$

La pendenza effettiva dell' asse stradale, tenuto conto della resistenza delle curve, riducesi a 0,03505 : quindi dette L_v ed $L_{v'}$, le lunghezze dei due tronchi in contropendenza dai due lati del punto culminante, detta L la lunghezza totale abbiamo

$$L_v = 21,774 \qquad L_{v'} = 17,499 \qquad L = 39,2734.$$

Abbiamo inoltre

$$\omega(V) = 40\,484\,375 \qquad \xi(V) = -1\,688\,625.$$

Ne segue che il costo chilometrico medio, compresovi per intiero quello della lunga galleria, è

$$1\,406\,068:$$

l' interesse e l' ammortizzazione annua di questa somma ascendono in complesso a

L. 76490.

Frattanto

$$Mh = 126156$$

e poichè $i\gamma = 23800$, le spese d' esercizio per chilometro, compresivi l' interesse e l' ammortizzazione del costo del

materiale mobile, ascendono a

$$Mh - i\gamma = 102356$$

cioè ad 1,02356 volte il prodotto lordo chilometrico pel quale il valore h è stato valutato.

Le spese annue per chilometro riescono frattanto in complesso

$$1,78846$$

volte il prodotto lordo chilometrico, quando l'aderenza sia utilizzata col coefficiente $\frac{1}{12}$.

Ne segue che per ottenere un prodotto cuoprente la totalità delle spese, le tariffe dovrebbero essere aumentate nel rapporto di 1 a 1,80.

La convenienza però è di adoperare un coefficiente d'aderenza più forte come $\frac{1}{10}$ ed $\frac{1}{8}$, secondo la natura del servizio ed anche secondo le stagioni.

Ora, secondo che viene adoperato l'uno o l'altro dei medesimi, $Mh - i\gamma$, per $h = 0,036863$, che non è più la pendenza economica, e per un prodotto lordo chilometrico di L. 50000 riferito alle tariffe attuali, diviene

$$44988 \text{ ovvero } 39264$$

i rapporti dei quali numeri al prodotto lordo sono rispettivamente

$$0,89976 \text{ e } 0,7853,$$

quindi i rapporti delle spese totali per chilometro al prodotto lordo chilometrico ascendono a

$$1,66466 \text{ quando } f = \frac{1}{10}$$

$$1,55020 \quad \text{»} \quad f = \frac{1}{8},$$

onde tutta l' importanza della possibile riduzione del coefficiente di aderenza.

Senza voler trarre conseguenze assolute da questi esempii, i dati dei quali sono stati scelti tali da essere in armonia con gli elementi dai quali dipende la traversata ferroviaria di una regione alpestre, ne sembra possa dirsi che le spese d' esercizio hanno tale prevalenza sul costo di costruzione, da rendere le brevi linee con discretamente lunghe gallerie preferibili alle più lunghe e meno costose, e che in ogni caso le pendenze economiche hanno una espressione numerica molto più elevata di quello che abitualmente non si ama accordare. Sta inoltre che, quando si tratta di perforare una grande montagna, le opere e l' esercizio ascendono ad un tanto elevato costo, che senza modificazione delle tariffe, ovvero senza sussidii straordinarii non potrebbero sortire una riuscita.

VI.

Poniamo frattanto la questione sotto un altro aspetto: immaginiamo che sieno determinati i punti più elevati ai quali si debba ascendere con una pendenza eccezionale, e vediamo come sia possibile far concorrere tutt' un' insieme di linee alle quali il tronco a forte pendenza appartenga, a stabilire l' andamento di esso tronco nella più conveniente maniera. Affine di tenerci nella maggiore generalità, denominiamo:

L la lunghezza in chilometri di tutta la parte del complesso di linee che può riguardarsi in pianura;

L_v uno qualunque dei tronchi di determinata forte pendenza h_v già determinata, i quali debbano essere rispettivamente esercitati con locomotive speciali;

h_{0v} il valore di $\lambda f - r$ rispetto al medesimo tronco;

Δ la differenza di livello in metri che deve esser superata con pendenza eccezionale ed ancora indeterminata h;

h_0 il valore di $\lambda f - r$ correlativo;

L_s uno qualunque dei tronchi di forte pendenza h_s ma determinata, i quali debbono essere esercitati con la stessa locomotiva che deve superare la differenza di livello Δ.

La lunghezza dell' insieme di linee che consideriamo sarà

$$L + \Sigma L_v + \Sigma L_s + \frac{\Delta}{10^3 h}$$

ove le sommatorie Σ debbono essere estese a tutti gli elementi della medesima specie. Chiamato sempre S il prodotto lordo chilometrico, l' entrata totale sarà espressa da

$$\left\{ L + \Sigma L_v + \Sigma L_s + \frac{\Delta}{10^3 h} \right\} S.$$

Determiniamo frattanto le forme che definiscono la spesa totale.

La spesa per chilometro di linea in pianura, posto sempre

$$\nu_0 = A'' S + B'',$$

è (Cap. IV, § 8).

$$(A + 182{,}5\, m\, \Pi)(A'' S + B'') + (m A + A')S + m B + B'.$$

La spesa per chilometro di via sopra un tronco di pendenza h_1, posto in esercizio con una locomotiva corrispondente ad una pendenza h, è

$$\frac{G(h_1 h)}{h_0 - h}$$

essendo h_0 il valore di $\lambda f - r$.

Se ora poniamo:

$$Z_1 = (a h_0 + a')S + b h_0 + b'$$
$$Z'_0 = (r + h_0)(pS + q)$$
$$Z''_0 = (p'S + q') - r(pS + q)$$
$$Z_0 = (p h_0 + p')S + q h_0 + q',$$

ove gli elementi dei secondi membri, tranne S ed h_0, sono quelli definiti a pag. 721, è facile vedere che, svolto $G(h h_1)$ nei suoi termini lineari rispetto ad h ed h_1 e posti in luogo dei W coi doppi indici i loro valori definiti a pag. 711, abbiamo sempre

$$\frac{G(h_1 h)}{h_0 - h} = \frac{Z_1 + Z'_0 h_1 + Z''_0 h}{h_0 - h} + C_1(AS + B)h_1$$

e quindi eziandio che, se $h = h_1$,

$$\frac{G_1(h)}{h_0 - h} = \frac{Z_1 + Z_0 h}{h_0 - h} + C_1(AS + B)h.$$

Premesso ciò possiamo stabilire:

1.° Che la spesa d'esercizio su ciascun tronco di lunghezza L_v sopra definito è

$$L_v \left\{ \frac{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_0 h_v}{h_{0v} - h_v} + h_v C_1(AS + B) \right\},$$

ove la trasversale sopra gli elementi Z la poniamo per indicare che dipendono da h_{0v}.

2.° Che la spesa totale d'esercizio sopra il tronco di pendenza uniforme h, con la quale viene superata la differenza di livello Δ, è

$$\frac{\Delta}{10^3} \left\{ \frac{Z_1 + Z_0 h}{h(h_0 - h)} + C_1(AS + B) \right\}: \qquad (\alpha'')$$

3.° Che la spesa d' esercizio su ciascun tronco di lunghezza L_s è

$$L_s \left\{ \frac{Z_1 + Z'_0 h_s + Z''_0 h}{h_0 - h} + C_1 (AS + B) h_s \right\} \qquad (\alpha^{III})$$

Rimangono a considerare l' interesse e l' ammortizzazione annuali del costo di costruzione.

Sieno:

γ il costo chilometrico di costruzione del tronco di pendenza h;

F il costo totale dei rimanenti tronchi

$$L, \quad \Sigma L_v, \quad \Sigma L_s;$$

i il coefficiente d' interesse e ammortizzazione;

l' elemento che ci rimane a rappresentare é

$$i\left(F + \frac{\Delta}{10^3 h}\gamma\right). \qquad (\alpha^{IV})$$

Sia F_1 il capitale corrispondente alla differenza annuale fra l' entrata e la spesa: il prodotto iF_1 sarà la differenza fra l' espressione (α) e la somma delle espressioni (α^{II}) (α^{III}) (α^{IV}), ed é manifesto che questa differenza può ridursi ad una espressione razionale rispetto ad h, il cui denominatore sia

$$10^3 h (h_0 - h),$$

ed il numeratore, ordinato rispetto ad h, della forma

$$\rho_0 + \rho_1 h + \rho_2 h^2,$$

onde

$$F_1 = \frac{\rho_0 + \rho_1 h + \rho_2 h^2}{10^3 i h (h_0 - h)} \qquad (\alpha^{V})$$

I coefficienti

$$\rho_0 \quad \rho_1 \quad \rho_2$$

sono evidentemente lineari rispetto ad S, cioè della forma

$$\rho_0 = \alpha_0 \mathrm{S} + \beta_0$$
$$\rho_1 = \alpha_1 \mathrm{S} + \beta_1$$
$$\rho_2 = \alpha_2 \mathrm{S} + \beta_2 .$$

Quando rispetto a ciascun termine del numeratore della (α^{v}) raccolgansi le parti moltiplicate per S in un sol gruppo, ed in un altro gruppo le parti che non ne dipendono, scorgesi di leggeri che, assunte le espressioni ausiliarie,

$$\Theta_1 = \Big\{ \Sigma \mathrm{L}_s h_s + \Sigma \mathrm{L}_v h_v + \frac{\Delta}{10^3} \Big\} \mathrm{C}_1 A + \Sigma \frac{\mathrm{L}_v (a h_{ov} + a')}{h_{ov} - h_v} + $$
$$+ \Sigma \frac{\mathrm{L}_v h_v (p h_{ov} + p')}{h_{ov} - h_v} + \mathrm{L} \{ (\mathrm{A} + 182,5 m \Pi) A'' + m A + A' - 1 \} ;$$

$$\Theta_2 = \Big\{ \Sigma \mathrm{L}_s h_s + \Sigma \mathrm{L}_v h_v + \frac{\Delta}{10^3} \Big\} \mathrm{C}_1 B + \Sigma \frac{\mathrm{L}_v (b h_{ov} + b')}{h_{ov} - h_v} + $$
$$+ \Sigma \frac{\mathrm{L}_v h_v (q h_{ov} + q')}{h_{ov} - h_v} + \mathrm{L} \{ (\mathrm{A} + 182,5 m \Pi) B'' + m B + B' \} ;$$

$$\Theta_1' = -(1 - a) \Sigma \mathrm{L}_s - \Sigma \mathrm{L}_v + p \Big\{ \Sigma \mathrm{L}_s h_s + \frac{\Delta}{10^3} \Big\} ;$$

$$\Theta_2' = b \Sigma \mathrm{L}_s + q \Big\{ \Sigma \mathrm{L}_s h_s + \frac{\Delta}{10^3} \Big\} ;$$

$$\Theta_1'' = a' \Sigma \mathrm{L}_s + r p \Sigma \mathrm{L}_s h_s ;$$

$$\Theta_2'' = b' \Sigma \mathrm{L}_s + r q \Sigma \mathrm{L}_s h_s ;$$

$$\Theta_1''' = -(p' - r p + 1) \Sigma \mathrm{L}_s - \Sigma \mathrm{L}_v ;$$

$$\Theta_2''' = -(q' - r q) \Sigma \mathrm{L}_s ;$$

abbiamo:

$$\alpha_0 = -\Delta\{(a-1)h_0 + a'\}$$
$$\beta_0 = -\Delta\{(b+i\gamma)h_0 + b'\}$$
$$\alpha_1 = -10^3\{\Theta_1 + \Theta_1'\}h_0 - 10^3\Theta_1'' - \Delta(p'+1)$$
$$\beta_1 = -10^3\{iF + \Theta_2 + \Theta_2'\}h_0 - 10^3\Theta_2'' - \Delta(q' - i\gamma)$$
$$\alpha_2 = \quad 10^3\{\Theta_1 + \Theta_1'''\}$$
$$\beta_2' = \quad 10^3\{iF + \Theta_2 + \Theta_2'''\}.$$

È da notarsi che nelle espressioni Θ le somme

$$\Sigma L_v h_v \qquad \Sigma L_s h_s$$

sono le somme delle differenze di livello superate coi tronchi L_v... ed L_s...

Quando la ripartizione del prodotto lordo chilometrico sia quella adoperata sempre nei nostri esempii numerici, abbiamo

$$C_1 A = 0{,}62263$$
$$C_1 B = 1971{,}31$$
$$\{A + 182{,}5\, m\, \Pi\}A'' + mA + A' - 1 = -0{,}535828$$
$$\{A + 182{,}5\, m\, \Pi\}B'' + mB + B' = 2689{,}7$$
$$rp = 0{,}01996$$
$$rq = 63{,}19$$
$$p' - rp + 1 = 1{,}0408$$
$$q' - rq = -134{,}5.$$

L'espressione F_1 ridotta a forma numerica è definita *beneficio* o *perdita* dal segno positivo o negativo, quindi i valori

di h, che sono radici dell' equazione ottenuta eguagliando a zero il numeratore, determinano, quando cadono tra i limiti 0 ed h_0, i valori della pendenza, pei quali ha luogo la parità dell' entrata con la spesa e separano valori di h corrispondenti ad un beneficio da valori corrispondenti ad una perdita.

Se l' equazione

$$\rho_2 h^2 + \rho_1 h + \rho_0 = 0$$

ha le radici reali, quando nell' espressione di F_1 il valore di h, positivo e minore di h_0, è compreso tra queste radici, la F_1 rappresenta beneficio o perdita secondo che $\rho_2 \lesseqgtr 0$.

Se le radici sono immaginarie, tra i limiti 0 ed h_0 la F_1 rappresenta un beneficio od una perdita secondo che $\rho_2 \gtreqless 0$.

Il valore di h da determinarsi ha un limite superiore eguale alla pendenza uniforme che dovrebbe essere impiegata per superare la differenza di livello Δ seguendo l' andamento naturale dei *thalweg* principali, che è in una certa maniera la linea tecnicamente più breve: un limite inferiore lo ha nel valore più grande dell' elemento h_s che entra nella questione, perocchè la locomotiva che deve vincere la pendenza h, deve pure vincere la pendenza dei tronchi, distinti con l' indice generale s nelle formule: se questi tronchi non esistono il limite inferiore è zero. Indicheremo con τ il limite superiore. La ricerca di svolgimento dell' asse stradale per via dell' allacciamento di valli secondarie ha luogo allora che vuolsi assegnare alla pendenza uniforme un valore minore di τ: ora è manifesto che questo non deve aver luogo ogni qual volta che per $h = \tau$ la F_1 è positiva, e rappresenta quindi un beneficio; poichè la diminuzione della pendenza al disotto di τ determinerebbe un allungamento di cammino,

il quale non deve aver luogo quando coperte tutte le spes di costruzione e di esercizio, questo dà per soprappiù un beneficio. Quindi una delle prime condizioni necessarie a determinare la ricerca di svolgimento di via con allacciamento di valli secondarie è, che F_1 rappresenti una perdita, e che si verifichi perciò l' ineguaglianza

$$p_2 \left\{ \tau^2 + \frac{p_1}{p_2} \tau + \frac{p_0}{p_2} \right\} < 0.$$

In secondo luogo se F_1 rappresenta una perdita per $h = \tau$, quando h cresce a partire da questo valore particolare, la funzione

$$- F_1$$

può essere o decrescente o crescente; nel primo caso, diminuendo h, la perdita aumenta, onde la ricerca di svolgimento con riduzione di pendenza condurrebbe ad un aumento di perdita, oltre il maggiore costo dei trasporti per allungamento di via: una seconda condizione è quindi che la derivata prima della funzione $- F_1$ presa rispetto ad h, per $h = \tau$, sia positiva: ciò che conduce a stabilire doversi verificare l' ineguaglianza

$$p_2 \left\{ \left(\frac{p_1}{p_2} + h_0 \right) \tau^2 - \frac{p_0}{p_2} (h_0 - 2\tau) \right\} < 0.$$

Non sono però sufficienti queste condizioni: diminuendo la pendenza al disotto di τ si determina un aumento di cammino definito in grandezza da

$$\frac{\Delta}{10^3} \left\{ \frac{1}{h} - \frac{1}{\tau} \right\},$$

essendo h la pendenza inferiore a τ da assegnarsi alla via:

questo aumento di cammino determina un maggiore costo dei trasporti definito da

$$\frac{\Delta S}{10^3} \left\{ \frac{1}{h} - \frac{1}{\tau} \right\} :$$

ora possono darsi due casi; o questa ultima maggiore spesa cresce più rapidamente della diminuzione della perdita F_1, ed allora non vi ha luogo a cercare svolgimento, che renderebbe più gravoso l'esercizio; o all' opposto questa seconda spesa cresce meno rapidamente della diminuzione della perdita F_1, ed in questo caso la ricerca dello svolgimento della via con diminuzione di pendenza è dalla natura speciale della questione richiesta: dunque una terza condizione si è che sia pure crescente col crescere di h a partire da $h = \tau$ la funzione

$$\frac{\Delta S}{10^3} \left\{ \frac{1}{h} - \frac{1}{\tau} \right\} - iF :$$

la derivata prima di questa funzione presa rispetto ad h, e per $h = \tau$, deve essere positiva: deve quindi verificarsi l' ineguaglianza

$$-\frac{1}{\tau^2} \left\{ \frac{\Delta S}{10^3} + \rho_2 \frac{\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} + h_0\right)\tau^2 + 2\frac{\rho_0}{\rho_2}\tau - \frac{\rho_0}{\rho_2}}{(h_0 - \tau)^2} \right\} > 0,$$

la quale può trasformarsi nella segnente:

$$\rho_2 \left[\left\{ \frac{1}{\rho_2} \frac{\Delta S}{10^3} + \frac{\rho_1}{\rho_2} + h_0 \right\} \tau^2 - \left\{ \frac{\rho_0}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\Delta S}{10^3} h_0 \right\} \left\{ h_0 - 2\tau \right\} \right] < 0.$$

Se queste condizioni sono verificate, il valore da prendersi per h è quello pel quale la decrescenza dell' espressione

$$\frac{\Delta S}{10^3} \left\{ \frac{1}{h} - \frac{1}{\tau} \right\} - iF$$

per valori di h successivamente decrescenti a partire da τ, ha un limite: è il valore di h immediatamente inferiore a τ pel quale la medesima espressione, sempre rappresentando una perdita maggiore di quella dovuta all' allungamento di cammino, diviene minima, e quindi, se nell' intervallo la F_1 non cambia di segno, radice dell' equazione che si ottiene eguagliando a zero la derivata prima della medesima espressione.

Questa equazione è

$$\left\{\frac{1}{\rho_2}\frac{\Delta S}{10^2}+\frac{\rho_1}{\rho_2}+h_0\right\}h^2+2\left\{\frac{\rho_0}{\rho_2}-\frac{1}{\rho_2}\frac{\Delta S}{10^2}h_0\right\}h-\left\{\frac{\rho_0}{\rho_2}-\frac{1}{\rho_2}\frac{\Delta S}{10^2}h_0\right\}h_0=0:$$

e le sue radici sono espresse dalla formula

$$h=\frac{h_0}{1\pm\sqrt{1+\dfrac{\dfrac{1}{\rho_2}\dfrac{\Delta S}{10^2}+\dfrac{\rho_1}{\rho_2}+h_0}{\dfrac{\rho_0}{\rho_2}-\dfrac{1}{\rho_2}\dfrac{\Delta S}{10^2}h_0}h_0}},$$

delle quali però quella corrispondente al segno — va esclusa, come esprimente una pendenza maggiore della pendenza d' equilibrio o negativa: l' altra radice è dunque l' espressione della pendenza da assegnarsi all' asse stradale; sempre però se nell' intervallo tra τ e questa radice la F_1 non passi per zero; perocchè quando ciò avvenga, assegnando alla pendenza un valore minore di quello che annulla la F_1, e nei limiti nei quali questa funzione rappresenta un beneficio, si allungherebbe il cammino esclusivamente per avere benefìcii maggiori, e se fuori dei medesimi limiti, si allungherebbe il cammino con perdita vieppiù crescente: in tal caso la pendenza più conveniente è la maggiore delle radici o la

radice dell' equazione

$$h^2 + \frac{p_1}{p_2} h + \frac{p_0}{p_2} = 0$$

che si trovano comprese fra τ ed il valore di h dato dalla formula precedente.

Nei casi pratici per valori di h molto prossimi ad h_0 e minori di h_0 la iF deve rappresentare una perdita perocchè le spese d'esercizio crescono oltre ogni limite, mentre il prodotto lordo chilometrico diminuisce a misura che h crescendo si approssima ad h_0: quindi se consideriamo le radici dell' equazione precedente possono darsi quattro casi.

1.° Le radici sono reali e comprese fra i limiti 0 ed h_0, e non vi ha luogo a cercare se un maggiore svolgimento di via, oltre quello correlativo all' inclinazione τ, è conveniente, quando τ è non maggiore della più grande radice.

2.° Le radici sono reali ma una sola compresa tra i limiti 0 ed h_0 e non vi ha luogo a cercare se un maggiore svolgimento di via è conveniente, qnando τ è non maggiore di questa radice.

3.° Le radici sono reali ma non comprese tra i limiti 0 ed h_0, ed in questo caso la iF rappresenta una perdita tra i medesimi limiti, il minimo valore assoluto della quale corrisponde ad

$$h = \frac{h_0}{1 + \sqrt{1 + \dfrac{\frac{p_1}{p_2} + h_0}{\frac{p_0}{p_2}} h_0}},$$

se τ è non maggiore di questo particolare valore, è pure come nei precedenti casi la pendenza più conveniente.

4.° Finalmente se le radici sono immaginarie, iF rappresenta una perdita, della quale il minimo valore assoluto corrisponde al valore di h pure definito dalla precedente equazione, e τ è la pendenza più conveniente, se non maggiore di esso particolare valore di h.

Queste considerazioni possono essere sostituite all' esame delle prime due ineguaglianze di condizione.

Ecco dunque come lo studio dell' equazione che si ottiene eguagliando al prodotto lordo la somma di tutte le spese compresa la considerazione del costo di costruzione, può condurre e definire in maniera non dubbia la pendenza più conveniente.

La pendenza economica determinata in tal maniera può avere un valore particolare per ogni valore particolare del prodotto lordo chilometrico; tuttavia nei casi speciali che si hanno a considerare non sarà malagevole considerare entrate diverse, a ciascuna di esse assegnare un peso speciale, e concludere il valore di h da adottarsi.

In oltre se l' estremo inferiore del tronco di pendenza h può essere variato di posizione, si potranno considerare casi distinti col portare esso punto vieppiù a monte: allorchè un *thalweg* presenta inclinazioni diverse lungo il suo andamento, affine di giungere all' altezza di uno dei suoi punti partendo da un altro punto più a valle, incominciasi generalmente lo svolgimento della valle verso il monte con una pendenza superiore a quella della valle nell' estremo più depresso del tronco: è questo estremo che generalmente può essere spostato, e le di cui diverse posizioni daranno luogo altrettante volte allo studio della funzione F_1 di h, costrutta per ogni posizione speciale di esso punto.

Le rappresentazioni grafiche potranno altresì illuminare la questione, come avviene in tutte le questioni tecniche.

VII.

Esempio:

L lunghezza della parte in pianura $= 120^{ch.i},25$

Tronchi della specie (L_v, h_v) non esistenti

Tronchi della specie $(L_s, h_s)\begin{cases} L_1 = 9,50 & h_1 = 0,0142 + 0,0018 = 0,0160 \\ L_2 = 4,25 & h_2 = 0,0200 + 0,0018 = 0,0218 \end{cases}$

$\Delta = (1 + \frac{1}{15})\, 724,75 = 773,06$

$\gamma = 680000$

$F = 38966061$

$i = 0,05$

$\tau = \frac{724,75}{25} + 0,018 = 0,0290 + 0,018 = 0,0308.$

Abbiamo aumentato di 0,018 la pendenza effettiva, e di $\frac{1}{15}$ del suo valore la differenza di livello 724,75 per tener conto della resistenza delle curve.

Otteniamo frattanto con tali dati

$$\Theta_1 = -\,63,79974 \qquad \Theta_2 = +\,325442,39$$

$$\Theta_1' = -\,5,4150 \qquad \Theta_2' = +\,30013$$

$$\Theta_1'' = +\,0,0296 \qquad \Theta_2'' = +\,91,978$$

$$\Theta_1''' = -\,14,3110 \qquad \Theta_2''' = +\,1849,450$$

$$\Delta(a-1) = -\,532,870258 \qquad \Delta a' = +\,1,391508$$

$$i\gamma = +\,34000 \qquad iF = +\,1948303$$

$$\Delta(b+i\gamma) = +\,27248432,35 \qquad \Delta b' = +\,4302,542736$$

$$\Delta(p'+1) = +\,820,0620 \qquad \Delta(q'-i\gamma) = +\,26338927,26.$$

Dai quali risultati numerici derivano

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= 532,8703\,h_0 - 1,39151\\
\beta_0 &= -27\,248\,432\,h_0 - 4\,302,542\\
\alpha_1 &= 69\,214,64\,h_0 - 849,6\\
\beta_1 &= -2\,303\,758\,390\,h_0 + 26\,246\,949\\
\alpha_2 &= -78111\\
\beta_2 &= 2\,275\,594\,840.
\end{aligned}$$

Assumendo il coefficiente d' aderenza $f = \frac{1}{9}$ abbiamo $h_0 = 0,106$ ed α_0 β_0 α_1 β_1 assumono i valori numerici

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= 55,09274\\
\beta_0 &= -2\,892\,636\\
\alpha_1 &= 6487,1\\
\beta_1 &= -217\,951\,440.
\end{aligned}$$

Consideriamo dapprima un prodotto lordo chilometrico di L. 25000. Otteniamo

$$\begin{aligned}
\frac{\rho_2}{10^3} &= +322819,84\\
\frac{\rho_1}{\rho_2} &= -0,086388\\
\frac{\rho_0}{\rho_2} &= -0,0040746,
\end{aligned}$$

onde

$$iF_1 = 322819,84\,\frac{h^2 - 0,086388\,h - 0,0040746}{h(h_0 - h)}.$$

È sodisfatta l' ineguaglianza

$$\rho_2 \left\{ \tau^2 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\tau + \frac{\rho_0}{\rho_2} \right\} < 0$$

la quale essendo $\rho_2 > 0$ si riduce a

$$\tau^2 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\tau + \frac{\rho_0}{\rho_2} < 0 ;$$

poichè il valore numerico del primo membro è — 0,0084475: la iF rappresenta quindi per $\tau = 0,0308$ una perdita.

Però l' ineguaglianza

$$\left\{ \frac{\rho_1}{\rho_2} + h_0 \right\} \tau^2 - \frac{\rho_0}{\rho_2}(h_0 - 2\tau) < 0$$

non è più sodisfatta perocchè il primo membro valutato numericamente risulta manifestamente positivo.

Ne segue quindi che la perdita è sempre più grande a misura che h diminuendo si allontana da τ.

Non vi ha dunque luogo a cercare svolgimento di via con una pendenza effettiva inferiore a $\tau - 0,0018 = 0,029$, la quale è più conveniente di altra pendenza più ridotta.

Effettivamente in un progetto speciale, dal quale sono stati desunti i dati dell' esempio, per ottemperare alla maniera comune di riguardare come pregiudicevoli le forti pendenze, la pendenza media è 0,0234 ottenuta con ricerca di svolgimento di via per mezzo dell' allacciamento di una valle secondaria: tenuto conto della resistenza delle curve abbiamo $h = 0,0252$. Ora se valutansi i valori della perdita $i\,F_1$ pei due valori di h.

0,0308 0,0252,

otteniamo che nei due casi le perdite $i\,F_1$ ascendono a

L. 1 175 796 L. 1 234 067 ;

cosicchè alla pendenza minore corrisponde una perdita mag-

giore; ma vi ha di più: il valore di $\frac{724,75}{10^3 h}$ per $h = 0,029$ è 25; la pendenza minore dà quindi un allungamento di via di 5 chilometri; che rappresentano una maggiore spesa nei trasporti eguale

$$5 \times 25000 = 125000$$

nuova perdita corrispondente alla pendenza minore: la differenza delle perdite annuali nei due casi è di

L. 209 271

le quali rappresentano un capitale distrutto di

L. 4 185 420.

Consideriamo in secondo luogo un prodotto lordo chilometrico di L. 50000.

Abbiamo:

$$\frac{\rho_2}{10^3} = -1629955,160$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = -0,065280$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_2} = +0,00008466.$$

L' ineguaglianza

$$\rho_2 \left\{ \tau^2 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \tau + \frac{\rho_0}{\rho_2} \right\} < 0$$

che in questo caso può scriversi

$$\tau^2 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \tau + \frac{\rho_0}{\rho_2} > 0$$

non è sodisfatta, perchè il primo membro valutato numericamente è — 0,00097733: la iF rappresenta un beneficio e non vi ha luogo a cercare svolgimento di via col ridurre la pendenza effettiva ad essere minore di 0,029, la quale è così la più conveniente anche per un prodotto lordo grandissimo.

Se valutiamo i benefizii iF corrispondenti ai valori di h

0,0308 e 0,0252

otteniamo nei due casi

L. 686 864 L. 739 840;

ma nel secondo caso si ha una perdita corrispondente al maggior costo dei trasporti per 5 chilometri in più di via, che dedotta dal beneficio lo riduce a L. 489840; onde la differenza dei benefici, in meno con l'adozione della pendenza più ridotta corrisponde ad un capitale distrutto di

L. 3 940 480.

Così l'ottemperamento alla comune maniera di vedere sulle forti pendenze sia per prodotti chilometrici con perdita, sia con beneficio, conduce ad una distruzione di capitale.

VIII.

Rimane una terza ricerca, cioè come possa effettuarsi il confronto tra due ferrovie relativamente al loro peso economico rispettivo.

Però non sarà fuori merito che in simile ricerca prendiamo in considerazione anche le locomotive ad aderenza artificiale,

proposte, e poscia messe in esercizio dal Sig. Ing.re Fell sulla via rotabile tra l' Italia e la Savoia per la sommità del Cenisio.

Per le molte particolarità che riflettono questa classe di locomotive possono essere consultate con rilievo le relazioni correlative dei Signori Ing.ri Alby e Biglia che accompagnano gli atti della Commissione creata per l' esame tecnico dei progetti e degli altri studii relativi al passaggio delle Alpi Elvetiche ([1]), non che le ricerche intorno alcune questioni concernenti l' esercizio delle ferrovie che l' ultimo dei prefati Signori Ingegneri ha in corso di pubblicazione negli Annali del Genio Civile.

Nell' ultima espressione, la locomotiva Fell può dirsi a *forti pendenze,* nella quale una parte dell' aderenza anzichè dal peso della macchina, come d' ordinario, è ottenuta per via della pressione artificiale di coppie di ruote motrici orizzontali, strette contro i fianchi di una rotaia che fa parte dell' armamento della via ed è nel verticale dell' asse longitudinale della locomotiva.

Il tipo che fu scelto per l' esercizio è definito nella parte sostanziale dai seguenti numeri;

Peso della macchina tutto aderente	T.te	22
Coppie di ruote orizzontali	N.°	4
Ruote verticali.	»	4
Distanza delle loro sale tra asse ed asse. . . .	M.tri	3
Larghezza della via	»	1,50
Pressione di ciascuna ruota orizzontale sulla rotaia centrale	T.te	6
Estensione della superficie scaldata	Mq.	54

([1]) Firenze 1866. — Tipografia Tofani.

Le formule generali che abbiamo esposte nel corso della Memoria richieggono alcune modificazioni per essere applicate a tale classe di locomotive; le quali modificazioni passiamo ad esporre.

Rappresentiamo con

Π_1 il peso della locomotiva che per maggior generalità supporremo non sia tutto aderente;

λ il coefficiente del peso aderente;

Π_2 la pressione artificiale totale sulla rotaia di mezzo;

μ il rapporto di questa pressione artificiale al peso aderente della locomotiva;

Π il peso della locomotiva più la pressione artificiale; cioè

$$\mu = \frac{\Pi_2}{\lambda \Pi_1} \quad \text{ossia} \quad \Pi_2 = \lambda \mu \Pi_1$$

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = (1 + \lambda\mu)\,\Pi_1 .$$

L'equazione che definisce il numero ν_0 dei convogli giornalieri tenendo conto dell'aderenza rimane della medesima forma

$$\nu_0 = \frac{(AS + B)(h + r)}{(h_0 - h)\,365\,\Pi_1}$$

purchè si intenda essere

$$h_0 = \lambda\,(1 + \mu)\,f:$$

perocchè abbiamo

$$\{365\,\nu_0\,\Pi_1 + A\,S + B\}\,(h + r) = 365\,\nu_8\,(\lambda\Pi_1 + \Pi_2)\,f$$

la quale, posto in luogo di Π_2 il suo valore $\lambda\mu\Pi_1$, e risoluta rispetto a ν_0, conduce al risultato indicato.

L' espressione che definisce il peso T, frenante il treno alla discesa, subisce l' addizione del termine

$$-\frac{365\,k\,\lambda\,\mu}{2}\,r\,\nu_0\,\Pi_1 :$$

perocchè il meccanismo delle ruote orizzontali in funzione presenta la stessa resistenza che determinerebbe un peso aderente equivalente alla pressione; quindi la differenza della resistenza di esso meccanismo secondo che le ruote orizzontali sono o non sono in aderenza è

$$\frac{365\,\nu_0\,\Pi_2}{2}\,r = \frac{365\,\nu_0\,\lambda\,\mu\,\Pi_1}{2}\,r\,;$$

l' azione della gravità sul treno deve vincere questa resistenza, e l' azione dei freni rimane diminuita della medesima quantità; quindi il peso frenante rimane diminuito della quantità sovra indicata, ove k denota il coefficiente d' attrito: avremo perciò

$$\mathrm{T} = \frac{k}{2}\left\{365\,\nu_0\,\Pi_1 + A\,\mathrm{S} + B\right\}(h - r) - \frac{365\,k\,\nu_0\,\lambda\,\mu\,\Pi_1\,r}{2}.$$

Sarà conseguentemente la spesa chilometrica e per tonellata di carico, corrispondendente alla deteriorazione della via prodotta dall' azione dei freni supplementarii alla discesa, espressa da

$$\mathrm{B}_1\left\{\frac{365\,\nu_0\,\Pi_1}{A\mathrm{S}+B} + 1\right\}(h - r) - \mathrm{B}_1\,\mu\,r\,\frac{365\,\nu_0\,\lambda\,\Pi_1}{A\mathrm{S}+B}.$$

In ordine alla spesa chilometrica dovuta alla locomotiva progrediente su linea orizzontale senza rimorchiare altro carico che il suo carro, se lo ha, ma nelle stesse condizioni nelle quali si muoverebbe trainando il carico, sarà espressa

dalle stesse formule trovate al § 5 del Cap. IV, poichè questa spesa è dovuta ai meccanismi dipendentemente dalle pressioni che si esercitano sovr' essi, e queste pressioni sono quelle stesse che si avrebbero se la pressione Π_2 fosse effettivamente peso aderente; onde nell' espressione

$$A_1 \nu_0,$$

che definisce l' indicata spesa, e dove il coefficiente A_1 è dipendente dal peso della locomotiva, da quello del carro di approvvisionamento e dal costo del carbone, devesi porre in A_1 in luogo del peso della locomotiva, che sarebbe Π_1, questo peso aumentato della pressione artificiale cioè Π data dall' espressione

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = \Pi_1 + \lambda\mu\Pi_1.$$

Le rimanenti spese chilometriche rimangono senza modificazione nelle loro espressioni.

Frattanto la spesa generale per chilometro di via assume la forma

$$A_1 \nu_0 + \frac{m}{2}(A\,S + B) - r\left\{(C_1 + B_1)(A\,S + B) + 365\,B_1(1 + \lambda\mu)\nu_0\Pi_1\right\} + A'S + B' + \left\{\left(B_1 + C_1 + \frac{m}{2r}\right)\left(A\,S + B\right) + \left(B_1 + \frac{m}{2r}\right)365\,\nu_0\Pi_1\right\}h.$$

Se in quest' espressione, riuniamo insieme i termini contenenti per fattore ν_0, poniamo in luogo di ν_0 il suo valore

$$\frac{(A\,S + B)(h + r)}{365\,(h_0 - h)\,\Pi_1}$$

e moltiplichiamo per $h_0 - h$ il risultato, passiamo facilmente alla forma

$$V_0 h + V_1 + C_1 h (h_0 - h)(A S + B),$$

ove

$$V_0 = (v_0 h_0 + v_0') S + w_0 h_0 + w_0'$$

$$V_1 = (v_1 h_0 + v_1') S + w_1 h_0 + w_1'$$

$$v_1 = \left\{ \frac{m}{2} - r (C_1 + B_1) \right\} A + A'$$

$$v_1' = \left\{ \frac{A_1}{365 \Pi_1} - r (1 + \lambda \mu) B_1 \right\} r A$$

$$w_1 = \left\{ \frac{m}{2} - r (C_1 + B_1) \right\} B + B'$$

$$w_1' = \left\{ \frac{A_1}{365 \Pi_1} - r (1 + \lambda \mu) B_1 \right\} r B$$

$$v_0 = \left\{ B_1 + \frac{m}{2 r} \right\} A$$

$$v_0' = \left\{ \frac{A_1}{365 \Pi_1} + \frac{m}{2} - \lambda \mu r B_1 \right\} A - v_1$$

$$w_0 = \left\{ B_1 + \frac{m}{2 r} \right\} B$$

$$w_0' = \left\{ \frac{A_1}{365 \Pi_1} + \frac{m}{2} - \lambda \mu r B_1 \right\} B - w_1 ;$$

e la spesa chilometrica rimane definita da

$$\frac{V_0 h + V_1}{h_0 - h} + C_1 h (A S + B).$$

I valori numerici dei coefficienti

$$v_1 \quad v_1' \quad w_1 \quad w_1' \quad \ldots\ldots$$

pel tipo della locomotiva Fell, del quale abbiamo dato sopra

alcuni rapporti numerici, e pel quale

$$\lambda = 1 \qquad \mu = \frac{12}{11}$$

sono

$$v_1 = 0,3107 \qquad v'_1 = 0,0042$$
$$w_1 = 1247,5 \qquad w'_1 = 13,0684$$
$$v_0 = 3,9917 \qquad v'_0 = 0,5348$$
$$w_0 = 12638 \qquad w'_0 = 1429,3.$$

IX.

La via rotabile tra la Francia e l'Italia a traverso il Cenisio, a partire da Susa, capo saldo ritenuto 636 metri sul livello del mare, si eleva sul dorso alpino con curve assai risentite, come lo sono in generale quelle delle vie rotabili di montagna con successivi ritorni, e raggiunge la linea di displuvio a metri 2249 sopra il livello del mare, superando una differenza di livello di metri 1613: scende poscia a Lans le Bourg villaggio alpino a metri 1425 sul mare, e quindi inferiore di 824 metri al punto culminante: da Lans le Bourg va a Modane con una discesa di 329,33 m., raggiungendo a Modane l'altezza idrometrica di 1096,06 m. Lo svolgimento della via è metri 59360.

Le livellette variano in pendenza dall'83,33 p. $\frac{00}{00}$ massima all' 8,92 p. $\frac{00}{00}$ minima; quelle di maggior pendenza da 83,33 a 42,80 p. $\frac{00}{00}$ cadono sul versante italiano, e sulla più elevata regione del versante Nord Ovest, mentre da Lans le Bourg a Modane variano dal 24,39 all'8 p. $\frac{00}{00}$ soltanto.

La pendenza media è 0,00463 per metro di via.

Il raggio della curvatura massima è 40 metri. Sopra una tratta di 1905 metri presso Lans le Bourg la somma dei

rapporti dello svolgimento delle singole curve ai loro raggi respettivi è 15,51; supposta proporzionale per i primi 30675 metri di via tra Susa e Lans la Bourg diviene per chilometro di via

$$\frac{15,51}{1905}:$$

se frattanto ammettiamo che pei rimanenti 28685 e per chilometro di via si riduca al decimo, la detta somma, per l'estensione tra Lans le Bourg e Modane, e per chilometro di via diviene,

$$\frac{1,551}{1905}$$

e per tutta la via è

$$\Sigma \frac{L_s}{R_s} = \frac{15,51}{1905} \cdot 30675 + \frac{1,551}{1905} \cdot 28685 = 273,1:$$

quindi riferita a ciascun chilometro di via

$$\frac{\Sigma \frac{L_s}{R_s}}{L} = 0,0046007.$$

Nel valutare la resistenza delle curve, a causa della velocità ridotta e delle grandissime curvature acquista speciale importanza il termine che ha per coefficiente

$$f' \sqrt{a^2 + b^2}$$

il qual coefficiente, ritenuto identico per la macchina e pei veicoli, per

$$f = \frac{1}{5}, \qquad a = 0,75, \qquad b = 1,50$$

diviene 0,335.

Ora, per una velocità di 13 chilometri all' ora, la curva di curvatura massima $\frac{1}{40}$ presenta una resistenza che trasformata in inclinazione di via è per metro della sua lunghezza

$$0,0141\,;$$

mentre per la curvatura media essa resistenza trasformata in declività riducesi a

$$0,00260.$$

Ne segue che i valori di h relativi alla massima pendenza ed alla media, ed ammesso che sulla prima vi sieno tratte con curve di 40 metri di raggio, sono respettivamente

$$0,100 \qquad 0,049.$$

Per una velocità media di 13 chilometri all' ora sembrerebbe che il massimo carico il quale può esser trascinato dalla locomotiva, ei fosse di tonellate 22 poco più ([1]); ma,

([1]) Con sufficiente approssimazione la velocità di un treno riesce direttamente proporzionale alla superficie scaldata, ed inversamente proporzionale al lavoro corrispondente all' unità di lunghezza della via, quando le locomotive comparate hanno una elevata potenza dinamica; onde la velocità V, espressa in chilometri e riferita all' ora, è collegata con l' estensione ψ della superficie scaldata, e con il lavoro L corrispondente ad un chilometro di via, dall' equazione

$$V = k\,\frac{\psi}{L}\,,$$

ove k è un coefficiente numerico.

Per giustificare questa formula osserviamo:

1.° Che due locomotive le quali trascinano convogli diversi, ma tali che l' uno come l' altro richieggano una medesima quantità di lavoro per tutto il treno e per ogni chilometro di via, determinano necessariamente

tenendoci nei limiti del programma dell' esercizio, ammetteremo che in effettivo il carico sia di 24 tonellate.

Nell' espressione

$$\nu_0 = \frac{(AS + B)(h + r)}{(h_0 - h)\, 365\, \Pi_1}$$

dobbiamo frattanto porre

$$\frac{(AS + B)}{365\, \nu_0} = 24\,;$$

quest' ultima equazione ci dà il numero dei convogli giornalieri, cioè

$$\nu_0 = \frac{AS + B}{8760}$$

velocità proporzionali alla potenza dinamica che esse locomotive possono svolgere nell' unità di tempo.

2.° Che se le due locomotive hanno una medesima potenza dinamica, le velocità dei treni rispettivi sono inversamente proporzionali alle quantità di lavoro, che le due locomotive debbono svolgere per ogni chilometro di via.

Detta quindi N la potenza dinamica della locomotiva, abbiamo

$$V = k_1 \frac{N}{L},$$

ove k_1 è un coefficiente numerico.

Frattanto la potenza dinamica N è teoricamente rispetto a due locomotive, nelle quali il vapore operi nei cilindri in pari condizione di espansione, e con una contropressione proporzionale alla pressione del vapore immesso nel cilindro, in ragione composta diretta del volume di vapore generato nella caldaia ad ogni unità di tempo, e della pressione alla quale il vapore entra nel cilindro; praticamente questa proporzionalità apparisce sensibilmente conservata se la potenza dinamica N varia entro limiti assai grandi: ($N > 100$ cavalli); d' altra parte possiamo ritenere che per una stessa classe di locomotive, la tensione del vapore nella caldaia varii entro limiti così ristretti, che la pressione del vapore introdotto nei cilindri sia in ragione determinata con la pressione nella caldaia: il prodotto di quest' ultima pressione pel volume di vapore generato nell' unità di tempo, che rappresenta

mentre la prima si riduce a

$$h_0 = h + (h + r) \frac{24}{\Pi_1}$$

ossia

$$(1 + \mu) f = (h + r) \left(1 + \frac{24}{\Pi_1}\right)$$

ed

$$f = \frac{1 + \frac{24}{\Pi_1}}{1 + \mu} (h + r):$$

posti in luogo di Π_1 e di μ i loro valori, abbiamo

$$f = (h + r).$$

Quindi sulla massima pendenza il coefficiente medio di aderenza è $f = 0{,}105$ cioè compreso tra $\frac{1}{9}$ ed $\frac{1}{10}$ e perciò

la forza accumulata dal calore, in altri termini, il calore trasformato in potenza dinamica, è in rapporto costante colla quantità di calore assorbito e trasmesso dalla superficie scaldata; cosicchè se le pareti, cui corrispondono le superficie scaldate delle due locomotive sono di identici materiali, in eguale rapporto di superficie, scaldata direttamente, e tubulare, e trascurasi altresì la debole influenza della diversità di spessore della parete interna del focolare, la potenza dinamica riesce in ragione composta diretta della estensione della superficie scaldata totale, e della differenza delle temperature di qua e di là delle pareti di essa superficie: or questa differenza può ritenersi senza errore sensibile costante nei limiti nei quali può essere diversa la tensione del vapore nella caldaia, quando le locomotive sono in azione; ne segue dunque che avremo la relazione

$$V = k \frac{\psi}{L},$$

quando si riguardi invariabile il raggio interno dei tubi, condizione la quale in fatto si verifica.

Il coefficiente k non è interamente indipendente da ψ, poichè i risultati teorici appariscono richiedere una correzione per via di un coefficiente

regolare come coefficiente medio; mentre in tutto il percorso il coefficiente medio di aderenza diviene

$$f = 0{,}054$$

cioè tra $\frac{1}{18}$ ed $\frac{1}{19}$.

Quando h è la pendenza media 0,0494, il valore di $h_0 - h$ è $\frac{10}{11}(h + r)$ ossia 0,05934 e quindi $h_0 = 0{,}1087 = 0{,}11$ prossimamente

Frattanto nell'espressione della spesa per chilometro di via

$$\frac{V_0 h + V_1}{h_0 - h} + C_1 h (A S + B),$$

lasciando indeterminato S, poniamo in luogo delle altre quantità, i loro respettivi valori numerici; essa espressione riducesi a

$$1{,}47665\ S + 4934,$$

numerico, il quale, compreso fra zero ed uno, cresce col crescere della potenza dinamica in un motore a vapore, però tanto più lentamente quanto maggiore è essa potenza.

Affine di determinare il coefficiente k consideriamo un convoglio di 100 tonellate rimorchiato da una locomotiva di 55 tonellate, peso intieramente aderente, avente una superficie scaldata totale non ridotta di 173 $^1/_3$ metri quadrati; riteniamo inoltre che l'inclinazione media dell'asse stradale sia di 27 millimetri per metro; sono con grande approssimazione le condizioni nelle quali si effettua il movimento sul piano inclinato dei Giovi con una velocità di 20 chilometri all'ora. Il correlativo valore di L, assunta l'unità dinamica di 1000 chilogrammetri, è 5510, onde $k = 212$, e quindi

$$V = 212\ \frac{\psi}{L}.$$

Redtenbacher da la formula

$$\frac{W}{L} = \frac{500 + 22v}{v}$$

ove

L peso della locomotiva compreso il carro d'approvvisionamento;

v velocità in metri riferita al minuto secondo;

W resistenza totale in chilogrammi del treno che deve esser vinta dal lavoro del vapore sugli stantuffi.

ed il rapporto della spesa all' entrata, non tenuto conto del costo di stabilimento della via è

$$1,4766 + \frac{4934}{S}:$$

diminuisce quindi con S, tende ad avvicinarsi a 1,48 e per un prodotto lordo chilometrico di 50000 è 1,5752.

Il costo di primo stabilimento della via viene stimato L. 216700 per chilometro; l' interesse annuo valutato al 5 p. $^0/_0$ ed aggiunto all' espressione della spesa chilometrica, conduce a

$$1,47665\ S + 15769.$$

Inoltre la natura speciale della via richiede il trasbordo delle merci di transito; ora per la ripartizione stessa del prodotto lordo dalla quale dipendono i coefficienti numerici adoperati, ad ogni lira di entrata corrispondono tonellate 0,1724 merci a grande velocità, e tonellate 3,8270 merci a piccola velocità; valutato il doppio trasbordo a L. 1,20 la tonellata,

Dalla precedente formula deducesi

$$v = \frac{500\ L}{W - 22\ L}:$$

questa applicata al caso particolare del quale ci siamo serviti per determinare il coefficiente k conduce a $v = 6,395$, onde $V = 23$ chilometri risultato che per vero apparisce un poco troppo grande.

Siccome la velocità V dipende dal rapporto della superficie scaldata ψ al lavoro meccanico L, e questo, per la principale parte, è determinato da uno sforzo pari all' aderenza, ne segue che la ricerca di aderenza senza poter disporre di maggior potenza d' evaporazione non può farsi che a scapito della velocità: sotto questo aspetto le locomotive in uso hanno un' insuperabile vantaggio sulla locomotiva Fell, che non sarà suscettiva di utile applicazione sulle ferrovie ordinarie, a causa del rapporto che presenta tra la superficie scaldata e l' aderenza.

ad un prodotto lordo chilometrico S corrisponde una spesa 4,5925 S, la quale riferita al chilometro di via per la tratta da Susa a S. Michel, che è chilometri 76,860, diviene 0,0598S per chilometro.

Estimate in ultimo L. 250 per chilometro le spese dovute alla particolare natura della regione, come la spalatura della neve ecc., la spesa chilometrica diviene, senza l'ammortizzazione annua della spesa di primo stabilimento della via,

$$1,5364\,S + 16019. \qquad (a)$$

Il costo di primo stabilimento della via lo abbiamo desunto dagli atti della commissione creata per lo studio del passaggio delle Alpi Elvetiche: quando sia l'effettivo, l'interesse e l'ammortizzazione in 5 anni corrispondono a 0,23091 per lira; e siccome 0,05 per lira sono stati precedentemente valutati, rimangono a introdursi nel secondo termine della (*a*) L. 39222. Altresì l'interesse e l'ammortizzazione del costo del materiale mobile, il qual costo in cifre rotonde è per chilometro di via eguale al prodotto lordo chilometrico, importa maggiore spesa 0,131 per lira, essendo già per $\frac{1}{10}$ considerato questo capitolo nell'espressione (*a*): la spesa chilometrica totale riuscirebbe quindi di lire

$$1,6673\,S + 55241$$

per un traffico che sulle ferrovie ordinarie darebbe un prodotto chilometrico S; l'esercizio della ferrovia Fell richiederebbe quindi, salvo la giustezza di alcuni dati, che le tariffe ordinarie fossero aumentate nel rapporto di

$$1 \text{ ad } 1,6673 + \frac{55241}{S}$$

l' esercizio riesce quindi tanto più economico con nuove tariffe quanto maggiore è il traffico: per un traffico minimo o corrispondente ad un' entrata di L. 30000 sulle ferrovie ordinarie in Italia, le tariffe dovrebbero crescere nel rapporto di 1 a 3,51, che pei Viaggiatori come per le merci darebbero un' economia di danaro e di tempo sugli altri mezzi di trasporto; e, assicurata la regolarità e la comodità del tragitto, si dovrebbero far voti perchè il pubblico coroni meritamente lodevoli sforzi, dove con coraggio non si è retrocesso dinanzi a molte difficoltà e molte spese [1].

Il nostro obiettivo è il confronto del passaggio del Cenisio per la sommità, col passaggio inferiore in costruzione; quindi prima di entrare a parlare di quest' ultimo conviene che riportiamo alcune altre considerazioni sul primo.

Sottratto dall' espressione (*a*) il prodotto lordo chilometrico S relativo alle tariffe ordinarie, il residuo

$$0{,}5364\,S + 16019$$

rappresenta la deficienza dell' entrata sulla spesa: vi hanno poi a considerare due altri elementi che rappresentano nuove deficienze: in primo luogo il passaggio per la sommità riesce 11,5 chilometri più lungo del passaggio inferiore tra Susa e Modane, rappresentativi pel pubblico di un aggravio eguale a 11,5 S, il quale ripartito uniformemente su ciascun chilometro è 0,1938 S: in secondo luogo può ritenersi doppia la velocità pel passaggio inferiore, onde l'altro presenta su questo una perdita di 2,713 ore tra Susa e Modane, la quale se può essere senza conseguenze per le merci, non lo è pei viaggia-

[1] Ogni via ed ogni mezzo per ottenere l' aumento del movimento tra l' Italia e la Savoia sarà un grande beneficio recato fin d' ora al passaggio inferiore per Bardonneche.

tori. Ad ogni lira di prodotto lordo corrispondono 9,6147 viaggiatori e quindi giornate 1,087 perdute, ovvero una perdita di L. 2,0762, riferita appena ai salarii correnti la giornata: per un prodotto S la perdita sarà L. 2,0762 S, la quale ripartita uniformemente per chilometro di via diviene 0,0350 S. Il passaggio per la sommità, a ragione delle tariffe ordinarie e come soluzione definitiva presenterebbe quindi una deficienza annua per chilometro definita dall' espressione

$$0,7652\,S + 16019\,,$$

e per tutta la via una perdita definita da

$$45,422\,S + 950880\,,$$

la quale capitalizzata diviene

$$908,44\,S + 19\,017\,600:$$

così il passaggio per la sommità rappresenta sempre una perdita, gli aumenti della quale sono proporzionali agli aumenti del traffico: per un traffico nullo la perdita è di 19 milioni, e per ogni aumento del traffico corrispondente a 10000 lire di entrata chilometrica riferita alle tariffe attuali, l' aumento della perdita è di 9 milioni di lire.

La ferrovia in costruzione tra Susa e Modane ha uno svolgimento di 48 chilometri cioè 39,639 da Susa al punto culminante della lunga galleria, ed 8,361 dal medesimo punto a Modane. Le differenze di livello tra il punto culminante e le due stazioni Susa e Modane sono rispettivamente m.^{tri} 660,90 e m.^{tri} 200,92; la somma delle salite e delle discese dalla prima alla seconda delle medesime stazioni è quindi m.^{tri} 861,90, e la pendenza media nel medesimo intervallo m.^{tri} 0,017956 per metro di via. La pendenza

massima è del 30 p. $\frac{00}{00}$: le curve riescono amplissime, poichè alcuna non ve ne ha di raggio inferiore a 500 metri: lo svolgimento in curva essendo metri 20770 su tutto il percorso Bussolino-Modane di chilometri 56590 [1], ed avendosi d'altra parte eguale a 25,639 la somma dei rapporti delle singole curve ai loro raggi rispettivi, ne segue che su tutto questo percorso, il raggio della curvatura media è metri 810,09, mentre per una velocità di 25 chilometri all'ora, la resistenza delle curve trasformata in inclinazione della via, posto [2] $\sqrt{a^2+b^2}=1,67$, è 0,0005364. Questi risultati li estendiamo al percorso Susa-Modane da compararsi col passaggio per la sommità.

Il peso, tutto aderente, della locomotiva necessaria per superare la pendenza massima di 0,030 per metro di via è definito dall'equazione

$$\Pi = \frac{h+r}{h_0-h}\;\frac{AS+B}{A'S+B'}$$

ove deve porsi $h=0,30$, ed in $h_0=f-r$ deve porsi in luogo di f il coefficiente medio dell'aderenza sull'inclinazione 0,030. Questo peso dipende da S, ma per entrate chilometriche lorde comprese tra 20000 e 80000 lire possiamo dare ad S il valore medio 50000; otteniamo in tal modo, posto $f=\frac{1}{9}$,

$$\Pi = \text{tonellate } 47,785.$$

(1) Il prospetto altimetrico da Bussolino a Modane pubblicato negli atti di cui a pag. 749 richiede alcuni riscontri; si notino principalmente la livelletta 37ª e la somma delle salite e discese dalla prima alla seconda stazione: tuttavia non hanno conseguenza qui, perchè la pendenza media tra Susa e Modane è stata presa eguale a quella da Bussolino a Modane che press' a poco è la effettiva fra le prime due stazioni. Vol. 1.°, pag. 261 e ss.

(2) $a=1,50$ $b=0,75$.

Pel medesimo valore medio di S otteniamo

$$\nu_0 = A''S + B'' = 19,8602$$

$$\text{Peso del convoglio} = \frac{AS + B}{365\,\nu_0} = \text{tonellate } 102,35.$$

Risoluta rispetto ad h_0 l'equazione che abbiamo adoperato per ottenere Π, e posto poscia in luogo di h_0 il suo valore, conduce a

$$f = (h + r)\left(1 + \frac{AS + B}{(A''S + B'')\Pi}\right).$$

Fatto quivi

$$h = 0,01796 + 0,00054 = 0,01850$$
$$r = 0,005 \quad \Pi = 47,785 \quad S = 50000$$

otteniamo $f = 0,07398$ valore medio del coefficiente di aderenza lungo tutto il percorso, cioè circa $\frac{1}{13}$.

Riprendiamo l'equazione che definisce la spesa per chilometro di via la quale è della forma

$$\frac{Z_1 + Z_0 h}{h_0 - h} + C_1 h (AS + B),$$

e, come lo abbiamo fatto per la via della sommità, lasciando indeterminata la S sostituiamo alle altre quantità i loro valori numerici: con tale operazione perveniamo all'espressione

$$0,5939\,S + 2132$$

che definisce la spesa chilometrica d'esercizio per la via del lungo traforo, e corrispondente al prodotto lordo chilometrico S.

Il rapporto alla correlativa spesa per la via della sommità è

$$\frac{1,4766\,S + 4934}{0,5939\,S + 2132}$$

il qual rapporto è crescente con S: quindi le spese per la via della sommità, per pari lunghezza di via, sono sempre 2,30 più forti di quelle corrispondenti al passaggio inferiore, ed a misura che il traffico cresce, questo rapporto aumenta fino a divenire 2,50 circa.

Il costo chilometrico medio di costruzione della ferrovia con lungo tunnel tra Susa e Modane è estimato a opera finita L. 2 564 300: aggiunti gli interessi alle spese d' esercizio, queste divengono per chilometro di via

$$0,5939\,S + 130347:$$

e tenuto conto anche delle spese di manutenzione eccezionali della via a motivo della natura dei luoghi, e quindi a ragione di L. 250 per chilometro fuori la lunga galleria, la precedente espressione diviene

$$0,5939\,S + 130534,$$

la quale riuscirà più grande del prodotto lordo chilometrico S a causa del secondo termine molto elevato: sottratta la S, il residuo

$$130534 - 0,4061\,S$$

rappresenta frattanto una deficienza annua per chilometro di via; per tutta la via questa deficienza diviene

$$6265632 - 19,4928\,S:$$

la quale capitalizzata ascende finalmente a

$$125\,213\,640 - 389{,}856\,S.$$

Ne segue che anche il passaggio inferiore presenta una perdita di capitale, però decrescente col crescere dell' entrata: questa perdita è di 125 milioni per un traffico nullo e diminuisce di 4 milioni circa per ogni aumento del traffico corrispondente a 10 mila lire di entrata lorda chilometrica.

Eguagliando le espressioni delle perdite corrispondenti alle due vie, e risolvendo una tale equazione otténiamo

$$S = 81800:$$

che è l' entrata lorda per la quale economicamente le due vie hanno la stessa importanza; e siccome questo prodotto è più vicino che lontano da quello che può rendere una via internazionale frequentata da moltissimi Viaggiatori, quando il dubbio avesse potuto sorgere, era senz' altro da ritenersi, tra i due, preferibile il passaggio inferiore, sottomesso infinitamente meno a molte e variate vicende, e sul quale il servizio non sarà mai reso difficile o impossibile per aumento di traffico. Basta considerare che per un' entrata lorda di 50 mila lire il servizio per la via della sommità dovrebbe farsi con 73 convogli giornalieri, per comprendere che, anche a parte le altre difficoltà, questa sola la sarebbe di gravissimo momento: in altri termini il passaggio superiore allora che raggiungesse uno stato di traffico quale hanno raggiunto di già alcune importanti ferrovie, allora appunto cesserebbe di corrispondere convenientemente al servizio, e perpetuerebbesi una distruzione di capitale, la quale tende ad essere eliminata col crescere del traffico, rispetto al passaggio inferiore. Le gravezze pecuniarie corrispondenti alla

lunga galleria avranno reso possibile un grande aumento degli scambievoli rapporti tra la Francia e la Svizzera da una parte, e l'Italia dall' altra, aumento che la lentezza del movimento e le alte tariffe correlative al passaggio superiore tratterrebbero, mentre che a' sussidii annuali che a questo avessero potuto accordarsi con esito dubbio e senza la prospettiva della possibilità di un traffico molto elevato, valeva meglio preporre una grande spesa, con la quale provvedere con sicurezza di evento ad ogni più remoto avvenire.